СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Н. Н. ВЗОРОВ
О. И. ЗАМША
И. Е. ИРОДОВ
И. В. САВЕЛЬЕВ

Н. Н. ВЗОРОВ, О. И. ЗАМША, И. Е. ИРОДОВ, И. В. САВЕЛЬЕВ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Под редакцией И. В. САВЕЛЬЕВА

Допущено Министерством высшего и среднего образования СССР в качестве учебного пособия для студентов высших технических учебных заведений

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1968

530.1
С 23
УДК 530 (075.8)

Сборник задач по общей физике под ред. И. В. Савельева. Взоров Н. Н., Замша О. И., Иродов И. Е., Савельев И. В. Изд. «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М., 1968 г.

Сборник составлен в соответствии с трехтомным «Курсом общей физики» И. В. Савельева. Авторы — преподаватели кафедры общей физики МИФИ. Задачи в большинстве оригинальны и имеют повышенную трудность. В «Ответах» даны методические указания к наиболее трудным задачам.

Сборник предназначается в первую очередь для студентов инженерно-физических специальностей втузов.

2-3-1
19-68

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 5

Введение 7

Часть 1. **Механика** 14
Кинематика 14
Динамика материальной точки 16
Динамика твердого тела 23
Механика жидкостей и газов 29
Колебания и волны 31

Часть 2. **Молекулярная физика и термодинамика** 36
Уравнение состояния, внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа 36
Распределение молекул по скоростям и энергиям. Законы Максвелла и Больцмана . . . 39
Явления переноса 41
Первое и второе начала термодинамики в применении к идеальному газу 45
Реальные газы и жидкости 51

Часть 3. **Электричество** 57
Электростатика 57
Электрический ток 64
Электромагнетизм 69
Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях 77
Электронные явления 79
Электромагнитные колебания и волны . . . 81

Часть 4. **Оптика** 85
Фотометрия и геометрическая оптика 85
Интерференция и дифракция света 94
Поляризация света 101
Дисперсия и поглощение света 107
Теория относительности 109
Квантовая природа света 114

Часть 5. **Атомная физика** 117
Атом Резерфорда — Бора 117
Волновые свойства частиц 119

Свойства атомов. Спектры 123
Молекулы и кристаллы 125
Радиоактивность 128
Ядерные реакции. Элементарные частицы . . 130

Ответы и решения 133
Часть 1. Механика 133
Часть 2. Молекулярная физика и термодинамика 149
Часть 3. Электричество 158
Часть 4. Оптика 171
Часть 5. Атомная физика 186

Приложения 199
I. Некоторые астрономические величины . 199
II. Плотности некоторых веществ 199
III. Некоторые постоянные газов 200
IV. Некоторые постоянные жидкостей и твердых тел 200
V. Соотношения между единицами измерения некоторых величин в СИ и в гауссовой системе 201
VI. Некоторые внесистемные единицы . . . 201
VII. Диэлектрические постоянные 202
VIII. Показатели преломления 202
IX. Работа выхода электрона из металлов . 202
X. Массы легких атомов 203
XI. Массы покоя элементарных частиц . . 203
XII. Основные физические константы . . . 204

Периодическая система элементов 206

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый вниманию читателей сборник задач по общей физике предназначается в первую очередь для студентов инженерно-физических специальностей втузов. В сборнике мало простых задач, решение которых не требует раздумий и сообразительности. С большинством задач можно справиться лишь после некоторых размышлений и внимательного чтения учебника. Наиболее трудные задачи снабжены методическими указаниями, а некоторые — даже решениями. Чтобы не лишать читателя возможности попытаться справиться с такими задачами самостоятельно, методические указания приведены как правило в ответах. Обращаться к ним следует лишь после того, как несколько попыток решить задачу не приведут к успеху.

В сборнике, насколько нам известно, впервые исходные данные и ответы задач даны с учетом точности соответствующих величин и правил действий над приближенными числами. Задачи в основном составлены в расчете на то, что все вычисления будут производиться на 25-сантиметровой счетной линейке. Поэтому большинство числовых значений исходных величин дается с точностью до третьего знака. Предполагается, что нахождение значений логарифмов и тригонометрических функций также будет осуществляться с помощью счетной линейки. В связи с этим соответствующие таблицы в данной книге отсутствуют.

Исходные данные и ответы большинства задач даны в Международной системе единиц (СИ). Тем, кто пожелает решать задачи в других системах, придется предварительно произвести пересчет данных от одной системы единиц к другой. Для облегчения этой работы в конце сборника в таблицах V и VI приведены коэффициенты перехода от СИ к единицам других систем.

Часть 1 составлена Н. Н. Взоровым, часть 2 — О. И. Замшей, часть 3 и Введение — И. В. Савельевым, части 4 и 5, а также таблицы — И. Е. Иродовым. Все авторы — преподаватели кафедры общей физики Московского инженерно-физического института.

Авторы

Прежде чем приступить к решению задач, прочтите внимательно это Введение!

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания к решению задач

При решении задач рекомендуется руководствоваться следующими правилами.

1. Прежде всего нужно хорошо вникнуть в условие задачи. Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте рисунок, поясняющий ее сущность.

2. За редкими исключениями, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях, а не в числах), причем искомая величина должна быть выражена через заданные величины. Получив решение в общем виде, нужно проверить, правильную ли оно имеет размерность. Если это возможно, исследовать поведение решения в предельных случаях. Например, при рассмотрении движения тела, брошенного под углом к горизонту (задача 1.9), заданы величина начальной скорости v_0 и угол α, под которым брошено тело; известно также ускорение g. Для высоты подъема h и дальности полета l получаются значения *):

$$h=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g};\quad l=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}.$$

Проверка дает, что оба выражения, как и должно быть,

---

*) Обратите внимание на то, что в оба выражения входят только заданные величины v_0, α и g. Выражение для l в буквенных обозначениях можно записать в виде $l=v_0\cos\alpha\cdot\tau$, где τ — время полета. Однако последнее выражение не может считаться решением, так как τ не принадлежит к числу заданных величин, оно само является функцией v_0 и α.

имеют размерность длины. При $\alpha=\pi/2$ получается $h=v_0^2/2g$, что совпадает с известным выражением для высоты подъема тела, брошенного по вертикали. Для l получается правильное значение — нуль.

В тех случаях, когда в процессе нахождения искомых величин приходится решать систему нескольких громоздких уравнений (как, например, часто бывает при нахождении токов, текущих в сложных разветвленных цепях), целесообразно сначала подставить в эти уравнения численные значения коэффициентов и лишь затем определять значения искомых величин.

3. Убедившись в правильности общего решения, подставляют в него вместо каждой из букв численные значения обозначенных ими величин, беря, разумеется, все эти значения в одной и той же системе единиц. Чтобы облегчить определение порядка вычисляемой величины, полезно представить исходные величины в виде чисел, близких к единице, умноженных на 10 в соответствующей степени (например, вместо 247 подставить $2{,}47 \cdot 10^2$, вместо 0,086 — число $0{,}86 \cdot 10^{-1}$ и т. д.). Произведя подстановку численных значений, можно приступить к вычислениям. Рекомендуемый порядок работы, во-первых, предотвратит много ошибок, а во-вторых, в случае надобности облегчит выяснение вопроса о том, на каком этапе — при подстановке численных значений величин или в процессе вычислений — вкралась ошибка.

4. Надо помнить, что численные значения физических величин всегда являются приближенными. Поэтому при расчетах необходимо руководствоваться правилами действий с приближенными числами. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого еще превышает погрешность этой величины. Все остальные значащие цифры надо отбросить.

5. Получив численный ответ, нужно оценить его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Например, скорость пули не может быть больше c (скорости света в пустоте), дальность полета брошенного человеком камня не может быть порядка 1000 *м*, масса молекулы — порядка 1 *мг* и т. п.

6. Полученные результаты обязательно сверьте с ответом, приведенным в задачнике. При этом обратите

внимание не только на совпадение численных значений (если они в данной задаче имеются), но также и на совпадение решений в общем виде. Иногда бывает, что задача решена неверно и общее выражение имеет не тот вид, как нужно, но численные значения отличаются столь мало, что это различие можно отнести за счет некоторой небрежности вычислений и на этом успокоиться.

Некоторые сведения о вычислениях с приближенными числами

1. В физике принято, помимо численного значения какой-либо величины, указывать также погрешность, с которой эта величина определена. Например, запись $l=356\pm2$ *м* означает, что истинное значение длины l заключено в пределах от 354 до 358 *м*. Строго говоря, должна еще быть указана вероятность того, что высказанное утверждение имеет место (доверительная вероятность). Часто, однако, при записи значений физической величины погрешность ее (доверительный интервал) не указывается и приводится лишь одно число, например $l=145$ *м*. В этом случае следует считать, что погрешность величины не превосходит одной единицы последней значащей цифры (в нашем примере это 1 *м*). Следовательно, все значащие цифры числа, выражающего значение физической величины, кроме последней, нужно считать верными; последнюю же цифру надо считать сомнительной (истинное значение этой цифры может отличаться от указанного на единицу).

Напомним, что значащими цифрами называются все цифры в десятичном изображении числа, кроме нулей, стоящих в начале числа. Например, в числе 0,03040 первые два нуля не являются значащими. Они служат только для установления десятичных разрядов остальных цифр. Нули после 3 и 4 являются значащими цифрами.

В случае больших целых чисел с нулями на конце (например, 134 000) возникает вопрос о том, для чего служат нули — для обозначения значащих цифр или для определения разряда остальных цифр. Чтобы избежать такой неопределенности, следует писать подобные числа в виде $1{,}34\cdot10^5$, если они имеют три значащих цифры,

или в виде $1{,}340 \cdot 10^5$, если они имеют четыре значащих цифры, и т. д.

2. Абсолютной погрешностью приближенного числа a называется величина

$$\Delta a = |A - a|,$$

где A — точное значение того же числа.

3. Относительной погрешностью приближенного числа a называется величина

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|A|}.$$

В физике при вычислениях мы обычно имеем дело с такими числами, точные значения которых остаются неизвестными. Поэтому на практике относительную погрешность приходится определять по формуле

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|a|}.$$

Вносимая при этом ошибка невелика, так как обычно $A \approx a$.

4. Если величина u является функцией величин x_1, x_2, ..., x_n:

$$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

то предельная абсолютная погрешность величины u определяется по формуле

$$\Delta u = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right| \Delta x_i,$$

где Δx_i — абсолютные погрешности величин x_i.

5. Разделив Δu на $|u|$, получим предельную относительную погрешность величины u:

$$\delta u = \frac{\Delta u}{|u|} = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln u \right| \Delta x_i.$$

6. В табл. 1 и 2 приведены выражения предельных абсолютной Δu и относительной δu погрешностей некоторых функций. Под Δx_i и δx_i подразумеваются абсолютная и относительная погрешности величины x_i.

7. Рассмотрим пример на определение погрешности результата вычислений. Возьмем уже упоминавшуюся

Таблица 1

Вид функции	Предельная абсолютная погрешность Δu	Предельная относительная погрешность δu
$u = \sum_{i=1}^{n} x_i$	$\Delta u = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i$	Если все слагаемые одного знака, то $\delta u =$ наибольшей из δx_i
$u = x_1 - x_2$	$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2$	$\delta u = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\lvert x_1 - x_2 \rvert}$
$u = x_1 x_2 \ldots x_n$	$\Delta u = \lvert u \rvert \delta u$	$\delta u = \sum_{i=1}^{n} \delta x_i$
$u = \frac{x}{y}$	—	$\delta u = \delta x + \delta y$
$u = \frac{x_1 x_2 \ldots x_n}{y_1 y_2 \ldots y_m}$	—	$\delta u = \sum_{i=1}^{n} \delta x_i + \sum_{i=1}^{m} \delta y_i$
$u = x^m$	$\Delta u = m \lvert x^{m-1} \rvert \Delta x$	$\delta u = m\,\delta x$
$u = \sqrt[m]{x}$	—	$\delta u = \frac{1}{m}\delta x$
$u = \ln x$	$\Delta u = \frac{\Delta x}{x} = \delta x$	$\delta u = \frac{\delta x}{\lvert \ln x \rvert}$
$u = \lg x$	$\Delta u = \frac{1}{2{,}30}\frac{\Delta x}{x} = \frac{\delta x}{2{,}30}$	$\delta u = \frac{1}{2{,}30}\frac{\delta x}{\lvert \lg x \rvert}$
$u = e^{\pm \alpha x}\ (\alpha > 0)$	$\Delta u = \alpha e^{\pm \alpha x}\Delta x$	$\delta u = \alpha\,\Delta x$
$u = e^{f(x)}$	$\Delta u = e^{f(x)} \left\lvert \frac{df}{dx} \right\rvert \Delta x$	$\delta u = \left\lvert \frac{df}{dx} \right\rvert \Delta x$
$u = \sin mx$	$\Delta u = m \lvert \cos mx \rvert \Delta x$	$\delta u = m \lvert \operatorname{ctg} mx \rvert \Delta x$
$u = \cos mx$	$\Delta u = m \lvert \sin mx \rvert \Delta x$	$\delta u = m \lvert \operatorname{tg} mx \rvert \Delta x$
$u = \operatorname{tg} mx$	$\Delta u = \frac{m}{\cos^2 mx}\Delta x$	$\delta u = \frac{2m}{\lvert \sin 2mx \rvert}\Delta x$

Таблица 2

Вид функции	Δu, δu
$u = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \ldots + f_n(x_n)$	$\Delta u = \sum\limits_{i=1}^{n} \Delta f_i$
$u = f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_n(x_n)$	$\delta u = \sum\limits_{i=1}^{n} \delta f_i$
$u = \dfrac{f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_n(x_n)}{\varphi_1(y_1)\varphi_2(y_2)\ldots\varphi_m(y_m)}$	$\delta u = \sum\limits_{i=1}^{n} \delta f_i + \sum\limits_{k=1}^{m} \delta\varphi_k$
$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \pm \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$	$\Delta u = \sum\limits_{i=1}^{n} \left\| \dfrac{\partial f}{\partial x_i} \pm \dfrac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right\| \Delta x_i$
$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \pm \varphi(y_1, y_2, \ldots, y_m)$	$\Delta u = \Delta f + \Delta\varphi$
$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, \varphi(y_1, y_2, \ldots, y_m)$	$\delta u = \delta f + \delta\varphi$
$u = f_1 f_2 \ldots f_m$ (каждая f_i — функция переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$)	$\delta u = \sum\limits_{k=1}^{n} \left\{ \left\| \sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{1}{f_i} \dfrac{\partial f_i}{\partial x_k} \right\| \Delta x_k \right\}$
$u = \dfrac{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$	$\delta u = \sum\limits_{k=1}^{n} \left\| \dfrac{1}{f} \dfrac{\partial f}{\partial x_k} - \dfrac{1}{\varphi} \dfrac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right\| \Delta x_k$
$u = \dfrac{f_1 f_2 \ldots f_m}{\varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_p}$ (каждая f_i и φ_j — функция переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$)	$\delta u = \sum\limits_{k=1}^{n} \left\{ \left\| \sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{1}{f_i} \dfrac{\partial f_i}{\partial x_k} - \sum\limits_{j=1}^{p} \dfrac{1}{\varphi_j} \dfrac{\partial \varphi_j}{\partial x_k} \right\| \Delta x_k \right\}$

задачу о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Высота подъема тела дается формулой

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Воспользовавшись формулами табл. 1, найдем для предельной относительной погрешности h выражение

$$\delta h = 2\delta v_0 + 2\delta(\sin\alpha) + \delta g = 2\delta v_0 + 2|\operatorname{ctg}\alpha|\Delta\alpha + \delta g$$

(число 2 в знаменателе является точным, его погрешность равна нулю).

Пусть $v_0 = 95$ *м/сек*, $\alpha = 45°$; для g примем значение 9,81 *м/сек*^{2}. Тогда $\Delta v_0 = 1$ *м/сек* (единица последней значащей цифры), $\delta v_0 = 1/95$, $\Delta\alpha = 1° = 1/57$ *рад*, $\delta g = 1/981 \approx$ $\approx 0{,}001$. Подставим эти значения в формулу для δh ($\operatorname{ctg} 45° = 1$):

$$\delta h = \frac{2}{95} + \frac{2}{57} + 0{,}001 \approx \frac{1}{20} \sim 5\%.$$

Заметим, что ускорение g нет необходимости брать с точностью до третьего знака. Если увеличить погрешность g до 2/980 (т. е. принять $g = 9{,}8$ *м/сек*^{2}), относительная точность результата практически не изменится, но зато вычисления станут проще.

Теперь вычислим h:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{95^2 \cdot 0{,}707^2}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}3 \cdot 10^2 \text{ м}.$$

Мы не имеем права записать этот результат в виде 230 *м*, так как такая запись означала бы, что погрешность найденного значения h не превышает 1 *м*. На самом же деле, как мы выяснили, при заданной точности v_0 и α высоту h нельзя вычислить с относительной точностью, превышающей 5%, т. е. с абсолютной погрешностью, меньшей 10 *м*.

ЧАСТЬ I
МЕХАНИКА

КИНЕМАТИКА

1.1. За промежуток времени $\Delta t = 10{,}0$ *сек* тело прошло половину окружности, радиус которой $R = 100$ *см*. Найти средний вектор скорости $\bar{\mathbf{v}}$, модуль этого вектора $|\bar{\mathbf{v}}|$ и средний модуль скорости $\bar{v}$.

1.2. Самолет пролетает над железной дорогой, по которой идет поезд со скоростью v. Скорость самолета V направлена перпендикулярно к железной дороге. Найти скорость поезда v_0 относительно самолета.

1.3. Пролетая над пунктом A, пилот вертолета догнал воздушный шар, который сносило ветром по курсу вертолета. Через полчаса пилот повернул назад и встретил воздушный шар на расстоянии $l = 30$ *км* от пункта A. Какова скорость v ветра, если мотор вертолета работал, не меняя мощности?

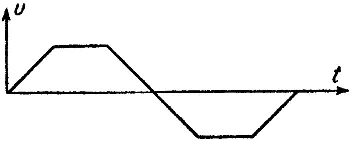

Рис. 1.

1.4. Скорость v некоторого тела, движущегося вдоль оси x, как функция времени описывается графиком, изображенным на рис. 1. Начертить графики зависимости от времени ускорения $\frac{dv}{dt}$ и координаты x (начальное значение x равно нулю).

1.5. Смещение материальной точки из положения равновесия при гармоническом колебательном движении описывается функцией $x = a \cos(\omega t + \pi)$. Построить графики зависимости от времени смещения x, скорости $\dot{x}$ и ускорения $\ddot{x}$.

1.6. Путь тела разбит на равные отрезки. Тело начинает ускоренно двигаться и проходит первый отрезок за время Δt_1. За какой промежуток времени Δt_n тело пройдет n-й отрезок?

1.7. Заданы координаты тела, движущегося в плоскости xy, как функции времени: $x = at - bt^2$, $y = ct + d$. Здесь a, b, c, d — константы. Найти модули скорости и ускорения тела.

1.8. Тело брошено горизонтально с горы с начальной скоростью $v_0 = 110$ *м/сек*. Найти нормальное w_n и тангенциальное w_τ ускорения тела спустя время $t = 6{,}35$ *сек* после бросания.

1.9. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Исследовать движение тела в том случае, когда можно пренебречь сопротивлением воздуха движению тела и кривизной поверхности Земли. Найти:

а) декартовы координаты тела как функции времени, поместив начало отсчета в точке на поверхности Земли, из которой брошено тело, и направив ось y вертикально вверх, а ось x горизонтально так, чтобы вектор скорости лежал в плоскости xy;

б) уравнение траектории тела $y = F(x)$;

в) время τ полета тела;

г) максимальную высоту h и горизонтальную дальность l полета тела;

д) вектор ускорения тела **w**.

Изобразить примерные графики зависимости от времени следующих величин: модуля вектора скорости v; модуля вектора нормального ускорения w_n; модуля вектора тангенциального ускорения w_τ; проекции ускорения на направление скорости w_v.

1.10. Известно, что Луна обращена к Земле всегда одной и той же стороной. В каком соотношении находятся векторы угловых скоростей вращения Луны вокруг своей оси ω_1 и вокруг Земли ω_2?

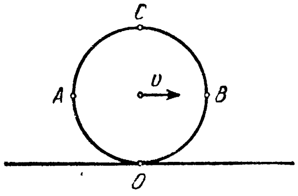

Рис. 2.

1.11. Колесо радиуса R катится без скольжения со скоростью v (рис. 2). Найти скорости точек A, B, C.

Указание. Рассмотреть движение колеса как мгновенное вращение около оси, проходящей через точку O.

1.12. Тело движется с постоянной относительно поверхности Земли скоростью v с востока на запад по параллели, лежащей на широте φ. Найти нормальное w_n и тангенциальное w_τ ускорения тела при учете суточного вращения Земли.

1.13. Тело начинает двигаться ускоренно по параллели, лежащей на широте φ, с запада на восток. Ускорение тела относительно поверхности Земли равно w. Учитывая суточное вращение Земли, найти нормальное w_n и тангенциальное w_τ ускорения тела спустя время t после начала движения.

1.14. Цилиндр радиуса R вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω. Вдоль образующей цилиндра с постоянной относительно поверхности цилиндра скоростью u движется тело. Найти скорость тела v и ускорение w в неподвижной системе координат. Какова траектория движения тела?

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

1.15. На горизонтальной поверхности стола находятся три тела с массами m_1, m_2 и m_3, связанные нитями между собой и с телом массы m_4, которое привязано к нити, перекинутой через блок (рис. 3). Коэффициент трения между телами и плоскостью стола равен k. Найти ускорение тел w и натяжения нитей T_1, T_2, T_3. Трением в блоке, а также массами блока и нитей пренебречь.

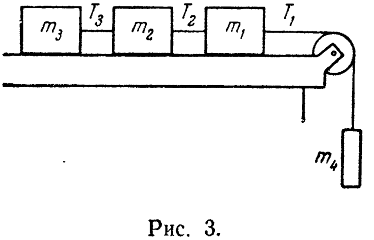

Рис. 3.

1.16. Доска массы M лежит на плоскости, коэффициент трения между доской и плоскостью равен k_1. На доске лежит кирпич массы m, коэффициент трения между кирпичом и доской k_2. Какую горизонтальную силу F нужно приложить к доске, чтобы кирпич соскользнул с нее?

1.17. На горизонтальной плоскости лежат четыре кирпича с массой $m=2{,}00$ *кг* каждый. Сила $F=46$ *н* действует, как показано на рис. 4. Найти результирующую силу f, действующую на каждый кирпич. Коэффициент

трения кирпичей о плоскость $k=0{,}50$. С какой силой f' второй кирпич действует на третий?

Рис. 4.

1.18. На верхнем краю наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, укреплен блок, через который перекинута нить. К одному концу нити привязан груз массы m_1, лежащий на наклонной плоскости. На другом конце висит груз массы m_2 (рис. 5). Коэффициент трения между грузом m_1 и плоскостью равен k.

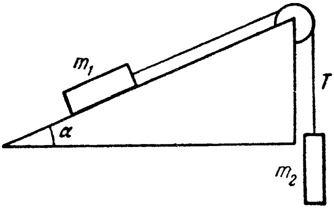

Рис. 5.

1. Выяснить условия, при которых а) груз m_2 опускается, б) груз m_2 поднимается, в) грузы не двигаются.

2. Найти ускорение грузов w и натяжение нити T для случаев (а) и (б) пункта 1.

Блок и нить считать невесомыми, трение в оси блока не учитывать.

1.19. Вследствие толчка грузик, привязанный на нити к потолку, движется по окружности с частотой $\nu=0{,}80$ *сек*$^{-1}$. Найти расстояние между плоскостью окружности и потолком.

1.20. Каков должен быть наименьший коэффициент трения k между шинами велосипеда и асфальтом, чтобы была обеспечена устойчивость велосипеда при движении по кривой радиуса $r=10{,}0$ *м* со скоростью $v=$ $=5{,}0$ *м/сек*?

1.21. Тело массы m брошено под углом к горизонту. При полете тела над поверхностью Земли между точками траектории A и B модуль изменения импульса тела равен $|\Delta \mathbf{p}|$. Найти время полета между A и B. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.22. Найти положение центра инерции системы Земля — Луна.

1.23. Баржа стоит неподвижно в стоячей воде. Находящийся на ней груз m перемещается с носа на корму.

Длина баржи L, масса M. Найти перемещение $\Delta \mathbf{R}$ баржи относительно берега. Сопротивление воды ничтожно мало.

1.24. При взлете ракета выпускает непрерывную струю газа, вылетающую из сопла с постоянной относительно ракеты скоростью $\mathbf{v}$. В единицу времени из ракеты выбрасывается масса m_0. Масса ракеты с горючим в данный момент времени равна M. Найти уравнение движения ракеты.

1.25. Получить формулу К. Э. Циолковского, связывающую модули скорости ракеты V и скорости выбрасываемого газа v с начальной массой ракеты M_0 и массой ракеты M в данный момент.

1.26. Для космической ракеты массы $M = 5{,}00$ *т*, которая вышла на орбиту вокруг Земли, скорость отбрасывания частиц из реактивного двигателя была равна $v = 4000$ *м/сек*. Найти начальную массу ракеты M_0. Сопротивлением воздуха при взлете ракеты пренебречь.

1.27. Снаряд разрывается в верхней точке траектории на три равные части. Начальные скорости осколков лежат в горизонтальной плоскости. Скорость первого осколка направлена вдоль, а скорости второго и третьего осколков — перпендикулярно к скорости снаряда. Точка поверхности земли O, над которой происходит разрыв снаряда, находится на расстоянии l от места выстрела. В системе отсчета, связанной с центром инерции снаряда, скорости осколков одинаковы по величине. Определить расстояния l_1, l_2, и l_3 от точки O до места падения первого, второго и третьего осколков.

1.28. По гладкой наклонной плоскости скользит ящик с песком массы M. После того как ящик прошел путь s, в него попадает камень массы m, летящий под углом β к горизонту. Какова была скорость камня v, если ящик с песком после попадания в него камня остановился? Угол наклона плоскости к горизонту равен α $(\alpha < \beta)$. Скорости камня и ящика лежат в одной плоскости.

1.29. Под действием вертикально направленной силы $f = 20{,}00$ *н* тело массы 1,000 *кг* поднимается над поверхностью Земли на высоту $h = 10{,}00$ *м*. Чему равны совершаемая силой работа A и потенциальная энергия тела E_p на высоте h?

1.30. Тело соскальзывает без трения с двух разных горок (рис. 6).

а) Сравнить скорости v_A и v_B в точках A и B.

б) Одинаково ли время соскальзывания?

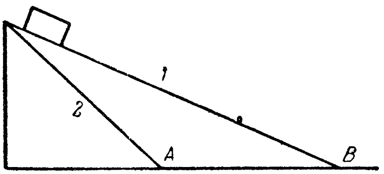

Рис. 6.

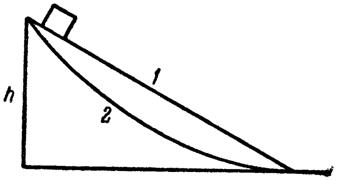

Рис. 7.

1.31. Со склонов, имеющих профили *1* и *2*, сползает с постоянной скоростью v тело массы m (рис. 7).

а) Чему равна работа сил трения на всем пути в случаях *1* и *2*?

б) Что можно сказать о равнодействующей всех сил, действующих на тело, в случаях *1* и *2*?

1.32. Модуль изменения импульса $|\Delta\mathbf{p}|$ камня, брошенного под углом к горизонту, за время полета равен 2,40 *кгм/сек*. Дальность полета $l = 5{,}00$ *м*. Масса камня $m = 0{,}200$ *кг*. Найти работу, совершенную при бросании камня.

1.33. Тело массы m брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти среднюю мощность $\overline{W}$, развиваемую силой тяжести за все время полета, и мгновенную мощность W как функцию времени.

1.34. Тело массы m соскальзывает без трения по наклонной плоскости, переходящей в цилиндрическую поверхность радиуса R (рис. 8). С какой минимальной высоты h должно начать двигаться тело, чтобы оно смогло описать окружность? Определить силы давления тела на поверхность f_A и f_B в точках A и B в случае, когда тело соскальзывает с высоты, равной $3R$.

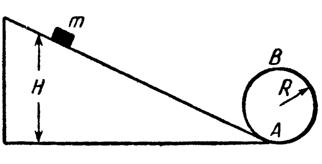

Рис. 8.

1.35. Шарик вращается в вертикальной плоскости по окружности радиуса R под действием натянутой нити. Скорость шарика в верхней точке равна v_0. Найти нормальное w_n и тангенциальное w_τ ускорения шарика как

функции угла α между нитью и вертикалью (нижнему положению шарика соответствует $\alpha=0$).

1.36. Груз массы m, подвешенный в точке O на длинной тонкой нити длины l, массой которой можно пренебречь, совершает колебания в некоторой плоскости. Наибольший угол отклонения нити от среднего положения равен α_0 (рис. 9).

а) Найти тангенциальное w_τ и нормальное w_n ускорения груза как функции угла α.

б) Найти зависимость потенциальной E_p и кинетической E_k энергии груза от угла α, приняв E_p равной нулю для груза в среднем положении.

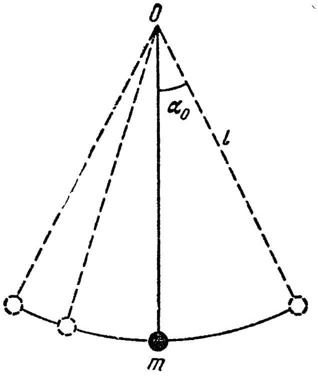

Рис. 9.

в) Выразить время τ прохождения груза из одного крайнего положения в другое через l и α_0.

1.37. Шарик массы $m=0{,}100$ *кг*, укрепленный на конце легкого стержня длины $l=1{,}27$ *м*, вращается в вертикальной плоскости. В верхней точке шарик имеет скорость $v_0=4{,}13$ *м/сек*.

а) Найти потенциальную E_p и кинетическую E_k энергии шарика как функции угла α между стержнем и вертикалью. Положить $\alpha=0$ в нижней точке. Отсчет потенциальной энергии вести от нижнего положения.

б) Определить силу T, с которой шарик действует на стержень, в зависимости от α. Найти T в нижней и в верхней точках.

1.38. Камень, привязанный к нити, другой конец которой держат в руке, движется в вертикальной плоскости по окружности. Скорости камня в верхней точке $v_1=4{,}13$ *м/сек*, в нижней точке $v_2=6{,}27$ *м/сек*. Найти ускорение камня в средней точке на окружности.

1.39. Координатная система K_c, в которой покоится центр инерции системы взаимодействующих материальных точек $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_N$, движется относительно инерциальной системы K с постоянной скоростью $\mathbf{V}$. E_c — полная энергия системы материальных точек в K_c. Най-

ти значение полной энергии E материальных точек в системе K.

1.40. Найти изменение кинетической энергии ΔE двух шаров при абсолютно неупругом ударе. Массы шаров m_1 и m_2, а скорости до удара $\mathbf{v}_{10}$ и $\mathbf{v}_{20}$.

1.41. Тело массы M подвешено на длинном легком стержне длины l, закрепленном в точке O (рис. 10). В тело попадает летящая горизонтально пуля массы m ($m \ll M$), в результате чего стержень отклоняется на угол α. Найти первоначальную кинетическую энергию E_k пули для трех случаев:

а) пуля после удара застревает в теле;

б) горизонтальная скорость пули после удара равна нулю;

в) пуля отскакивает назад со скоростью v'.

Массой стержня пренебречь.

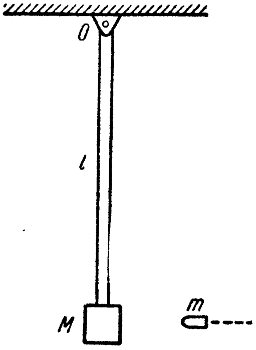

Рис. 10.

1.42. В покоящийся шар *1* массы m упруго ударяется шар *2* массы $m/2$. После удара шар *2* движется в направлении, перпендикулярном к первоначальному. Под каким углом α к первоначальному направлению движения шара *2* будет двигаться после удара шар *1*?

1.43. Движущийся шар массы m упруго ударяется в шар массы M, который покоится. После удара шар массы m движется в направлении, противоположном первоначальному. Во сколько раз изменилась энергия шара массы m?

1.44. В некоторой инерциальной системе координат xyz движется шар массы m со скоростью $\mathbf{v}_0$ вдоль оси x. Движущийся шар упруго ударяет в такой же покоящийся шар и отскакивает под углом α к оси x. Под каким углом к оси x он будет двигаться после удара в системе, связанной с центром инерции шаров?

1.45. Тело массы m движется вдоль перпендикулярного к стенке направления со скоростью $\mathbf{v}$. Стенка движется вдоль того же направления со скоростью $\mathbf{V}$. Найти изменение импульса тела Δp при упругом ударе его

со стенкой. Определить изменение проекции импульса тела Δp_v на направление скорости **v** в случаях, если стенка движется а) в том же направлении, что и тело; б) навстречу телу.

1.46. Имеются две системы материальных точек с массами $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_N$ и $m'_1, m'_2, \ldots, m'_k, \ldots$ $\ldots, m'_{N'}$. Положения точек в первой системе заданы радиусами-векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_i, \ldots, \mathbf{r}_N$, во второй — $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \ldots, \mathbf{r}'_k, \ldots, \mathbf{r}'_{N'}$. Найти гравитационную силу **f**, с которой вторая система действует на первую.

1.47. Найти скорость и нормальное ускорение спутника Земли, движущегося по круговой орбите. Период обращения спутника $T=105$ *мин*, а высота полета $h=$ $=1200$ *км*.

1.48. Спутник движется по круговой орбите вокруг Земли на расстоянии h от ее поверхности. Найти период T обращения спутника вокруг Земли.

1.49. Сравнить периоды обращения $T_З$ и $T_Л$ спутников, один из которых движется вокруг Земли, а второй — вокруг Луны. Орбиты спутников круговые и пролегают на одинаковом расстоянии $h=200$ *км* от поверхности.

1.50. Спутник, движущийся в плоскости экватора по круговой орбите в сторону вращения Земли, будет оставаться неподвижным относительно поверхности Земли, если период обращения спутника T равен 24 часам. Найти радиус R орбиты такого стационарного спутника.

1.51. Найти силу **F**, действующую на тело, если потенциальная энергия тела имеет вид:

$$\text{а) } E_p = -\frac{\gamma M m}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}};$$

$$\text{б) } E_p = \frac{\gamma M m}{2R^3}(x^2+y^2+z^2) - \frac{3\gamma M m}{2R}$$

(m, M, γ, R — константы).

1.52. Доказать, что сила тяготения, действующая на тело, помещенное внутри однородного сферического слоя вещества, равна нулю. Найти выражение потенциальной энергии E_p тела внутри слоя.

1.53. Найти гравитационное поле сил, действующих на массу m внутри однородного шара, как функцию расстояния r от центра. Масса шара M, радиус R.

1.54. Построить:

а) График зависимости силы взаимодействия между однородным шаром и материальной точкой массы m от расстояния r точки до центра шара. Масса шара M, радиус R.

б) График зависимости потенциальной энергии E_p материальной точки в поле шара от расстояния r.

1.55. Найти первую v_1 и вторую v_2 космические скорости для Земли.

1.56. Найти вторую космическую скорость для Луны $v_{2л}$ (т. е. скорость, которой должна обладать ракета, стартующая с поверхности Луны, чтобы выйти из сферы лунного притяжения).

1.57. Тело массы m покоится относительно поверхности Земли на широте φ. Написать уравнение его движения в инерциальной системе координат и рассмотреть силы, действующие на тело, в системе, связанной с Землей. Орбитальное движение Земли не принимать во внимание.

1.58. Тело массы m движется по экватору с запада на восток со скоростью v. Найти силу P, с которой тело действует на поверхность Земли. Записать уравнение движения тела в инерциальной и неинерциальной системах координат.

1.59. Стержень OO' вращается вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω. Небольшая муфта массы m скользит по стержню в направлении O' с постоянной скоростью v относительно стержня. Найти:

а) ускорение муфты w в инерциальной системе;

б) перпендикулярную к стержню $f_\perp$ и параллельную ему $f_\parallel$ составляющие силы, с которой муфта действует на стержень.

ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

1.60. Найти моменты инерции I:

а) тонкого стержня относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его конец. Масса стержня m, длина l;

б) тонкой однородной прямоугольной пластинки относительно оси, проходящей перпендикулярно к плоскости пластинки через одну из ее вершин. Стороны пластинки a и b, масса m.

1.61. Каток состоит из сплошного цилиндра массы $M=2{,}54$ *кг* и рамы, к которой привязана нить, перекинутая через блок (рис. 11). К концу нити привязан груз массы $m=0{,}500$ *кг*. Пренебрегая массой нити, рамы и блока, найти ускорение w катка и натяжение T нити.

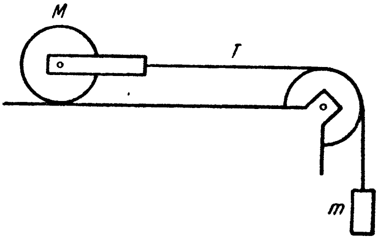

Рис. 11.

1.62. Расположенный горизонтально однородный цилиндр массы M и радиуса R начинает вращаться без трения вокруг своей оси под действием груза P, прикрепленного к легкой нити, намотанной на цилиндр. Найти время τ, за которое груз P опустится с высоты h.

1.63. Блок, который можно считать однородным диском массы $m=200$ *г*, укреплен на горизонтальной оси (рис. 12). Через него перекинута нить с укрепленными на ее концах грузами $m_1=325$ *г* и $m_2=225$ *г*. Нить не скользит по блоку. Найти ускорение грузов w и натяжения нити T_1 и T_2.

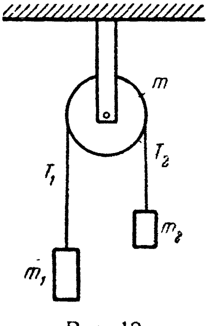

Рис. 12.

1.64. Диск, насаженный на ось радиуса r (маятник Максвелла), подвешивается на двух нитях одинаковой длины, привязанных к концам оси. Нити симметрично в один ряд наматывают на ось, диск при этом поднимается, а затем его свободно отпускают. Определить угол поворота φ диска вокруг его оси как функцию времени t, если при $t=0$ имеем $\varphi=0$ и $\dot{\varphi}=0$. Найти время τ, в течение которого диск опускается с высоты h. Масса диска вместе с осью равна m, а их момент инерции I.

1.65. Однородный шар радиуса R и массы m скатывается без скольжения с высоты h по наклонной плоскости. Угол наклона плоскости равен α. Начальная скорость шара равна нулю. Найти скорость центра инерции v_c и угловую скорость вращения ω шара в момент выхода на горизонтальный участок. Указать, при каком условии скатывание происходит без скольжения.

1.66. На горизонтальной плоскости лежит катушка ниток массы m (рис. 13). Момент инерции катушки относительно ее оси I. Катушку тянут за нить с силой F.

а) При каких углах α между силой и горизонтом катушка будет двигаться ускоренно в сторону натянутой нити?

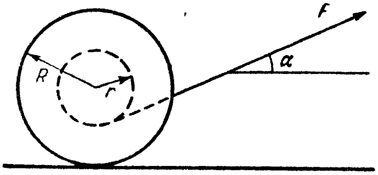

Рис. 13.

б) Какой должна быть сила F для того, чтобы отсутствовало скольжение? Коэффициент трения между катушкой и плоскость равен k.

в) Катушка движется ускоренно без скольжения в сторону натянутой нити. Найти в этом случае работу A, которую произвела сила F за время t от начала движения.

1.67. Диск массы $m=0{,}500$ *кг* и диаметра $d=400$ *мм* вращается с угловой скоростью $\omega=157$ *сек*$^{-1}$. При торможении он останавливается в течение $t=10{,}0$ *сек*. Найти среднюю величину тормозящего момента $\overline{M}$.

1.68. Какую часть от полной кинетической энергии составляет кинетическая энергия вращения для катящихся без скольжения тел: а) цилиндра, б) шара, в) обруча?

1.69. Тело брошено под углом $\alpha=45°$ к горизонту с начальной скоростью $v_0=25$ *м/сек*. Масса тела $m=130$ *г*. Найти момент количества движения тела L относительно точки бросания: а) в момент, когда тело находится в вершине траектории; б) в момент падения тела на землю.

1.70. Найти модуль изменения момента количества движения тела $|\Delta \mathbf{L}|$ относительно точки O при упругом ударе о стенку. Точка O лежит на стенке в плоскости движения тела на расстоянии l от точки удара. Масса тела m, скорость v. Угол между перпендикуляром к стенке и скоростью равен α.

1.71. Суммарный момент количества движения двух материальных точек относительно начала координат O равен $\mathbf{L}$. Чему равен момент количества движения этих точек $\mathbf{L}'$ относительно точки O' с радиусом-вектором $\mathbf{R}$? Количества движения точек равны $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$.

В каком случае момент количества движения системы двух материальных точек не зависит от положения точки O, относительно которой он берется?

1.72. Момент количества движения двух материальных точек с массами m_1 и m_2 в системе отсчета, связанной с их центром инерции, равен $\mathbf{L}_c$. Чему равен момент количества движения $\mathbf{L}$ этих точек относительно начала координат инерциальной системы K, в которой центр инерции движется с постоянной скоростью $\mathbf{V}$? Радиус-вектор центра инерции в системе K равен $\mathbf{R}$.

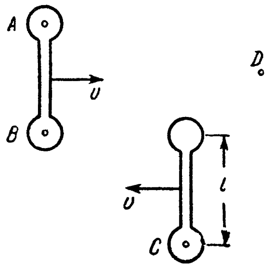

Рис. 14.

1.73. Две пары шаров массы m каждый, жестко соединенные невесомыми стержнями длины l (гантели), движутся в плоскости рис. 14 поступательно навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v. В некоторый момент средние шары соударяются. Удар абсолютно упругий.

а) Найти момент количества движения L шаров относительно точек A, B, C и произвольной точки D в плоскости до удара.

б) Как будут двигаться шары после удара?

в) Найти угловую скорость вращения гантелей ω после удара.

1.74. Найти момент количества движения L Земли относительно собственной оси вращения. Плотность Земли $\rho = 5{,}5 \cdot 10^3$ *кг/м*^{3}.

1.75. Во сколько раз орбитальный момент количества движения Луны относительно Земли L больше момента количества движения Луны относительно собственной оси L_c?

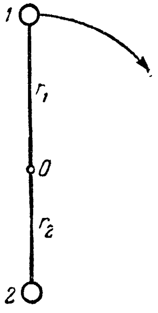

Рис. 15.

1.76. Стержень пренебрежимо малой массы может вращаться в вертикальной плоскости вокруг точки O. На расстояниях $r_1 = 30$ *см* и $r_2 = 20$ *см* от точки O укреплены два шарика одинаковой массы m (рис. 15). Система выводится из положения неустойчивого равновесия и отпускается с нулевой скоростью. Трения нет. Найти скорость шарика 1 в момент, когда он проходит нижнюю точку.

1.77. По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, катится без скольжения шар массы m и

радиуса R. В начальный момент времени, когда шар касается наклонной плоскости в точке A, момент количества движения шара относительно этой точки равен L_1. Спустя некоторое время шар будет касаться плоскости в точке B, а его момент количества движения относительно точки A будет равен L_2.

Найти время τ движения шара между точками A и B. Показать, что моменты количества движения шара относительно точек A и B в любой момент времени одинаковы.

1.78. Однородный цилиндр радиуса R скатывается без скольжения с наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α. Угловая скорость вращения цилиндра ω. Найти время τ, за которое угловая скорость цилиндра возрастет вдвое.

1.79. Металлический стержень массы $M=1{,}00$ *кг* и длины $l=40{,}0$ *см* может вращаться вокруг перпендикулярной к нему оси, проходящей через его центр. В конец стержня попадает пуля массы $m=10{,}0$ *г*, летящая перпендикулярно к оси и к стержню со скоростью $v=$ $=200$ *м/сек*. Удар пули о стержень абсолютно упругий. Определить угловую скорость ω, с которой начнет вращаться стержень.

1.80. Столб высотой $h=3{,}00$ *м* из вертикального положения падает на землю. Определить момент количества движения столба L относительно точки опоры и скорость верхнего конца столба v в момент удара о землю. Масса столба $m=50{,}0$ *кг*.

1.81. Расположенный вертикально однородный стержень длины l может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В точку, отстоящую от оси вращения на $\frac{2}{3}l$, ударяется тело массы m, летящее перпендикулярно к стержню и к оси. После удара стержень отклоняется на угол α, а тело отскакивает назад со скоростью v. Найти начальную скорость тела v_0. Масса стержня M.

1.82. Найти изменение угловой скорости $\Delta\omega$ вращения планеты вокруг собственной оси в том случае, когда на ее поверхность упадет метеорит массы m, летящий в плоскости экватора планеты со скоростью v под углом α к вертикали (рис. 16). Масса планеты M, ее радиус R, угловая скорость ω.

1.83. Диск радиуса R и массы m может вращаться без трения вокруг перпендикулярной к нему и расположенной горизонтально оси, отстоящей на расстоянии $R/2$ от центра диска (рис. 17). Диск начинает вращаться из положения неустойчивого равновесия с нулевой начальной скоростью. Найти момент количества движения диска относительно оси вращения в момент прохождения нижнего положения.

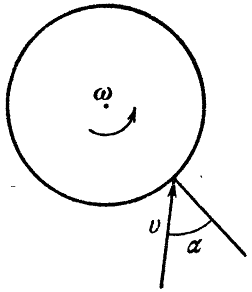

Рис. 16.

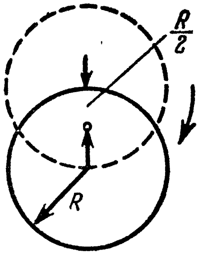

Рис. 17.

1.84. Экспериментатор стоит на скамье Жуковского, представляющей собой круглую платформу, которая может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. В руках экспериментатор держит ось вращающегося колеса так, что оси колеса и платформы совпадают (платформа при этом не вращается). Момент инерции колеса относительно его оси $I_1 = 0{,}500$ *кг·м*^{2}; угловая скорость $\omega_1 = 15{,}0$ *сек*$^{-1}$. Момент инерции экспериментатора и платформы относительно ее оси $I_2 = 3{,}00$ *кг·м*^{2}. Моментом инерции колеса относительно оси, совпадающей с его диаметром, и трением в осях платформы и колеса пренебречь.

а) Какую работу A совершит экспериментатор, повернув ось колеса на 90°? на 180°?

б) В чем состоит причина изменения момента количества движения системы «экспериментатор на платформе — колесо» при поворачивании колеса?

в) Найти момент внешних сил, удерживающих ось скамьи в вертикальном положении, в том случае, когда ось колеса перпендикулярна к оси скамьи.

1.85. Найти момент количества движения L системы, изображенной на рис. 18, относительно точки O. Система вращается без трения вокруг оси $O'O'$ с угловой скоростью ω. К оси $O'O'$ приложен момент сил M, удерживающий ее в неизменном положении. Чему равен модуль изменения момента количества движения $|\Delta \mathbf{L}|$ за пол-оборота? Какую работу A совершает момент M при повороте на угол φ?

1.86. Стержень A, на конце которого укреплен гироскоп B, может вращаться относительно стойки C как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях (рис. 19). Груз P уравновешивает вращающийся гироскоп. Каково будет движение гироскопа, если на груз P положить перегрузок ΔP? Расстояние между осью вращения стержня A и точкой приложения силы P равно l, момент количества движения гироскопа L.

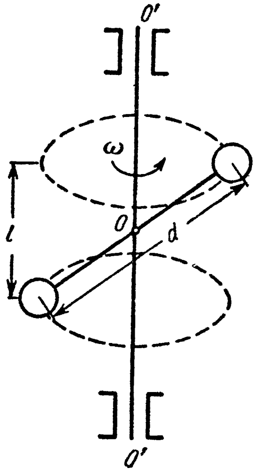

Рис. 18.

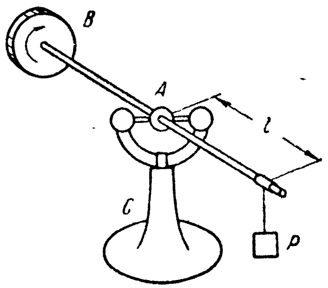

Рис. 19.

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

1.87. Цилиндрический сосуд высотой h с площадью дна S наполнен водой. В дне сосуда открывается отверстие с площадью S_1. Через сколько времени τ вся вода вытечет из сосуда? Вязкостью воды пренебречь.

1.88. Цилиндрический сосуд высотой H с площадью основания S заполнен жидкостью. В дне сосуда имеется

отверстие с площадью S_1. Найти зависимость высоты h поверхности жидкости от времени при открытом отверстии. Вязкостью жидкости пренебречь.

1.89. Вдоль канала, наполненного водой, движется изогнутая трубка со скоростью $v=8{,}33$ *м/сек* (рис. 20). На какую высоту h поднимается вода в трубке?

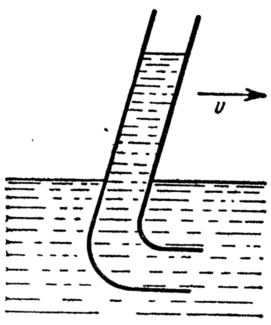

Рис. 20.

1.90. Наполненный жидкостью вертикальный цилиндрический сосуд вращается вокруг своей оси (ось z) с угловой скоростью ω. Какую форму принимает при этом поверхность жидкости? Приняв давление в центре дна сосуда равным p_0, найти давление жидкости на дно сосуда в других точках. Плотность жидкости ρ.

1.91. Найти разность давлений Δp воды на цилиндрическую поверхность сосуда вблизи дна при вращении с угловой скоростью $\omega=12{,}6$ *рад/сек* и в состоянии покоя. Радиус сосуда $R=0{,}50$ *м*.

1.92. На поверхности льда стоит бак, имеющий два отверстия с противоположных сторон. Площадь отверстий одинакова и равна $S=1000$ *мм*^{2}. Одно отверстие сделано около дна бака, другое на высоте $h=50$ *см*. Бак наполнен водой до высоты $H=100$ *см*. Найти ускорение w бака в тот момент, когда отверстия открыли. Трением между льдом и баком, а также массой бака пренебречь. Площадь основания бака $S_1=0{,}50$ *м*^{2}.

1.93. При движении жидкости по некоторому руслу скорость течения меняется с высотой по закону $v=az^2$, где a — некоторая постоянная, z — расстояние, отсчитываемое от дна русла. Коэффициент вязкости жидкости равен η. Найти силу f, действующую на высоте h от дна на единичную площадку соприкасающихся слоев жидкости.

1.94. В сосуд, наполненный жидкостью с плотностью ρ_0, бросают шарики из свинца, которые, достигнув некоторой глубины, движутся равномерно. Движение жидкости переходит от ламинарного к турбулентному при значениях числа Рейнольдса Re, близких к 0,5, если при вычислении Re в качестве величины, характеризующей

линейные размеры потока, взять диаметр шарика. Оценить наибольший диаметр шарика d_{max}, при котором движение еще остается ламинарным. Коэффициент вязкости жидкости η, плотность свинца ρ.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1.95. На середине натянутой горизонтально струны длины l укреплен груз массы m. Масса струны пренебрежимо мала. Найти период T свободных малых колебаний груза, совершающихся в вертикальном направлении, при условии, что натяжение струны остается постоянным и равным F.

1.96. Показать, что тело, упавшее в шахту, пронизывающую Луну по одному из ее диаметров, будет совершать гармонические колебания около центра Луны. Найти период T этих колебаний.

1.97. Построить графики зависимости от времени потенциальной E_p и кинетической E_k энергий тела массы m, упавшего в шахту, которая пронизывает по одному из диаметров планету радиуса R и массы M.

1.98. Определить период T свободных колебаний груза массы m, закрепленного между двумя пружинами с различными коэффициентами жесткости k_1 и k_2 (рис. 21). Трением груза и пружин о подставку, а также массами пружин пренебречь.

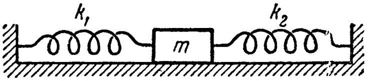

Рис. 21.

1.99. К пружине, закрепленной верхним концом, осторожно подвешивают груз массы m и без толчка отпускают. Выяснить характер движения груза, т. е. найти вид функции $x=x(t)$, где x — координата груза, отсчитываемая в вертикальном направлении. Определить максимальное T_{max} и минимальное T_{min} натяжения пружины. Коэффициент жесткости пружины k. Массой пружины пренебречь.

1.100. Два диска, имеющих радиус R, но разные массы m_1 и m_2, могут вращаться вокруг оси, проходящей через центры дисков перпендикулярно к их плоскостям. Диски соединены пружиной, у которой коэффициент кручения (коэффициент пропорциональности между моментом силы и углом закручивания) равен k. Определить период

T, с которым будут колебаться диски, если их повернуть вокруг оси в противоположные стороны и отпустить.

1.101. Диск массы M подвешен на пружине, коэффициент жесткости которой равен k (рис. 22). После того как на диск падает с высоты h кольцо массы m, диск начинает совершать гармонические колебания. Полагая удар кольца о диск абсолютно неупругим, определить амплитуду колебаний a. Массой пружины пренебречь.

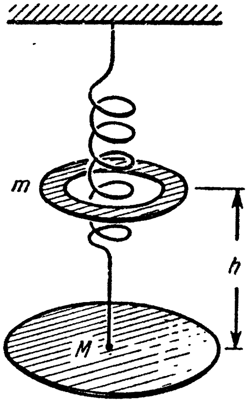

Рис. 22.

1.102. Каков будет период T малых колебаний математического маятника длины l, если точка крепления нити к опоре движется относительно Земли с постоянным ускорением $\mathbf{w}$, образующим угол α с горизонтом?

1.103. На упругую стальную пластинку, закрепленную одним концом в горизонтальном положении, насыпаны песчинки. После того как свободный конец пластинки оттягивают вниз и отпускают, она совершает гармонические колебания частоты ω. Какова амплитуда a колебаний пластинки в том месте, где песчинки подскакивают на высоту h по отношению к равновесному положению пластинки?

1.104. Однородный цилиндр радиуса r катается по внутренней стороне цилиндрической поверхности радиуса R. Предполагая, что эти колебания можно считать гармоническими, определить их период T.

1.105. Физический маятник устанавливается так, что его центр тяжести располагается над точкой подвеса; затем маятник начинает двигаться без трения из этого положения с нулевой начальной скоростью. В момент прохождения через нижнее положение угловая скорость маятника достигает значения $\dot{\varphi}_{max}$. Найти собственную частоту ω_0 малых колебаний этого маятника.

1.106. Затухающее колебание описывается уравнением $x = a_0 e^{-\beta t} \sin \omega t$. При каком фазовом угле φ смещение достигает максимального значения?

1.107. Амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени равна $a_0 = 18{,}0$ *см*. В момент

$t_1 = 15{,}0$ *сек* амплитуда равна $a_1 = 6{,}0$ *см*. В какой момент t_2 амплитуда будет равна $a_2 = 1{,}80$ *см*?

1.108. Для затухающего колебания стрелки прибора угол отклонения как функция времени задается уравнением $\vartheta = \vartheta_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$. В какие моменты времени стрелка достигает крайних положений?

1.109. Какой путь s проходит колеблющаяся точка до остановки, если ее смещение из положения равновесия описывается функцией

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos \omega t?$$

Указание. При решении задачи пренебречь членами, содержащими $(\beta/\omega)^2$.

1.110. Под действием внешней силы $f = F_0 \cos \omega t$ в системе совершаются установившиеся вынужденные колебания, описываемые уравнением $x = a \cos (\omega t + \alpha)$. Найти работу A силы f за период колебания T.

1.111. В некоторой среде распространяется в направлении оси x упругая волна. На рис 23 изображено смещение ξ частиц среды из положений равновесия как функция координат частиц x в фиксированный момент времени. Показать направления скоростей частиц в точках A, B и C в случаях: а) продольной волны, б) поперечной волны (колебания происходят в плоскости рисунка).

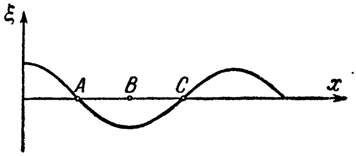

Рис. 23.

1.112. Считая волны строго поперечными *), найти характер движения частиц на поверхности воды, по которой распространяются две взаимно перпендикулярные волны с прямолинейными фронтами. Частоты и амплитуды волн одинаковы.

1.113. Выяснить, как будут двигаться частицы изотропной однородной среды при распространении в ней двух взаимно перпендикулярных продольных когерентных волн одинаковой амплитуды.

---

*) В действительности при распространении волны по поверхности жидкости частицы жидкости описывают лежащие в вертикальной плоскости окружности, так что волна представляет собой суперпозицию продольных и поперечных волн.

1.114. В среде с плотностью ρ распространяется вдоль оси x со скоростью v плоская звуковая волна. Уравнение волны $\xi = a \sin(\omega t - kx)$. Найти изменение давления в среде как функцию координаты x и времени t.

1.115. Найти зависимость плотности потенциальной энергии ε_p и плотности кинетической энергии ε_k от времени t и координат x точек колеблющегося стержня для n-го собственного колебания. Стержень закреплен в середине. Колебание — продольное; его частота равна ν_n, максимальная амплитуда a_n. Длина стержня l, плотность материала ρ.

1.116. Найти собственные частоты колебаний воздуха в трубе, закрытой с одного конца. Длина трубы $l = 85$ *см*, скорость звука $v = 340$ *м/сек*.

1.117. Стержень, имеющий длину $l = 0{,}50$ *м*, закреплен в середине. Найти частоты собственных продольных колебаний стержня. Стержень сделан из меди, модуль Юнга которой $E = 11 \cdot 10^{10}$ *н/м*^{2}.

1.118. На какую величину Δl надо уменьшить длину струны $l = 1{,}20$ *м* для того, чтобы частота колебаний струны увеличилась в $N = 1{,}2$ раза при том же натяжении?

1.119. Для определения скорости звука в воздухе методом акустического резонанса используется труба, на одном конце которой расположена мембрана, другой конец трубы закрыт поршнем. При резонансе с частотой $\nu = 1000$ *гц* разность отсчетов соседних положений поршня $\Delta l = 17{,}0$ *см*. Найти скорость звука.

1.120. Две одинаковые струны с частотой колебаний $\nu = 1{,}34 \cdot 10^3$ *гц* имеют длину $l = 150$ *см*. На какую величину Δl надо укоротить одну из струн, не меняя натяжения, чтобы получить биения с частотой $\Delta\nu = 9{,}0$ *гц*?

1.121. Источник звуковых колебаний частоты $\nu_0 = 1000$ *гц* приближается по нормали к стене. Скорость источника $u = 1{,}7$ *м/сек*. Исследовать возможность возникновения биений и найти частоту биений $\Delta\nu$ в случаях, когда:

а) приемник помещен на линии движения источника между источником и стеной;

б) источник находится между приемником и стеной.

Скорость звука $v = 340$ *м/сек*.

1.122. Между приемником и стенкой расположен источник звуковых колебаний с частотой $\nu_0 = 1000$ *гц*. Линия, проведенная через приемник и источник, нормальна

к стенке, которая движется вдоль этой линии со скоростью $u=7{,}00$ *м/сек*, направленной к источнику. Скорость звука $v=340$ *м/сек*. Возможно ли возникновение акустического биения?

1.123. На расстоянии $r_1=10$ *м* от источника уровень громкости звука $L_1=40$ *дб*. Найти минимальное расстояние r_0, на котором звук не слышен.

1.124. Показать, что интенсивность I звуковой волны связана с амплитудой Δp колебаний давления соотношением

$$I=\frac{(\Delta p)^2}{2\rho v},$$

где ρ — плотность среды, v — скорость звука в данной среде.

1.125. Два звука разнятся по уровню громкости на $L_{12}=30$ *дб*. Найти отношение амплитуд колебаний давления.

1.126. Амплитуда колебаний давления воздуха при громкости, соответствующей порогу слышимости, равна $3\cdot10^{-4}$ *дин/см*^{2}. Какова амплитуда для звука той же частоты с уровнем громкости 60 *дб*?

ЧАСТЬ 2
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ, ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

2.1. Вычислить массу молекулы кислорода (O_2).

2.2. Сколько молекул водорода находится в объеме 1,55 *л* при температуре 27° С давлении 750 *мм* рт. ст.?

2.3. Найти число молекул n в 1 *см*^{3} и плотность ρ азота (N_2) при давлении $1{,}00 \cdot 10^{-11}$ *мм* рт. ст. и температуре 15° С.

2.4. В баллоне, объем которого 0,250 *м*^{3}, находится газ, состоящий из смеси углекислого газа (CO_2) и паров воды (H_2O). Температура газа 327° С. Число молекул углекислого газа $N_1 = 6{,}60 \cdot 10^{21}$, число молекул паров воды $N_2 = 0{,}90 \cdot 10^{21}$. Вычислить: давление p и молекулярный вес M газовой смеси *).

2.5. Молекулярный пучок падает на стенку и отражается от нее по закону абсолютно упругого удара. Найти давление p молекулярного пучка на стенку, если скорость молекул составляет угол ϑ с нормалью к стенке. Известны масса m и скорость v молекул, а также число молекул в единице объема n. Рассмотреть случаи:

а) стенка неподвижна;

б) стенка движется в направлении своей нормали со скоростью u.

2.6. Вычислить среднюю квадратичную скорость $v_{\text{ср.кв.}}$ и среднюю кинетическую энергию $\bar{\varepsilon}$ поступательного движения молекулы кислорода (O_2) при комнатной температуре (20° С).

2.7. Найти отношение средней квадратичной скорости молекул газа $v_{\text{ср.кв.}}$ к скорости распространения звука

---

*) В данной части задачника приняты следующие обозначения: M — молекулярный вес, μ — масса киломоля вещества.

в идеальном газе при той же температуре. Газ состоит из а) одноатомных и б) жестких двухатомных молекул.

2.8. Вычислить средние энергии поступательного, вращательного и колебательного движений двухатомной упругой молекулы при температуре 1500° С.

2.9. Найти энергию E теплового движения молекул NH_3, находящихся в баллоне объемом 10,0 *л* при давлении 18,4 *мм* рт. ст. Какую часть этой энергии составляет энергия поступательного движения молекул $E_{пост}$? Молекулы считать жесткими.

2.10. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газообразной окиси углерода (СО). Молекулы считать жесткими.

2.11. Известны удельные теплоемкости газа $c_V = 649$ *дж/кг · град* и $c_p = 912$ *дж/кг · град*. Определить молекулярный вес M газа и число степеней свободы i его молекул.

2.12. Теплоизолированный сосуд с азотом (N_2) движется со скоростью $v = 86{,}0$ *м/сек*. Температура газа 0° С. Какова будет средняя энергия поступательного движения молекул газа, если сосуд остановить?

2.13. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p для газа, состоящего по весу из 85% кислорода (O_2) и 15% озона (O_3). Молекулы O_2 и O_3 считать жесткими.

2.14. В баллоне, объем которого $V = 2{,}55$ *л*, находится $m = 1{,}50 \cdot 10^{-2}$ *г* водорода (H_2) при температуре 2500° С. При этой температуре молекулы H_2 оказываются упругими, причем часть молекул диссоциирует на атомы. Степень диссоциации молекул $\alpha = 0{,}25$. Вычислить: давление p и количество тепла ΔQ, необходимое для нагревания водорода на $\Delta T = 1°$ К при указанных условиях.

Примечание. Степенью диссоциации называют отношение числа диссоциированных молекул к их общему числу.

2.15. Два теплоизолированных баллона соединены короткой трубкой с краном. В баллонах находятся различные газы при разной температуре. Известны числа молей z_1 и z_2 каждого из газов, содержащихся в баллонах, объемы баллонов V_1 и V_2, температуры T_1 и T_2, а также числа степеней свободы i_1 и i_2 молекул газов. Кран

открывают, и газы перемешиваются. Найти температуру T и давление p смеси газов.

2.16. Найти закон, по которому изменяется давление p в откачиваемом объеме в зависимости от времени откачки t. Объем сосуда V, первоначальное давление p_0. Сосуд откачивается насосом, быстрота действия которого C. Считать, что C не зависит от давления и что трубопровод, соединяющий откачиваемый объем с насосом, не влияет на скорость откачки газа из сосуда.

Примечание. Быстрота действия насоса $C = dV/dt$ — объем газа, откачиваемый насосом в единицу времени; этот объем измеряется при давлении, при котором газ поступает в насос.

2.17. Камеру объемом 1,74 *м*^{3} откачивают диффузионным насосом, быстрота действия которого 100 *л/сек* (см. примечание к задаче 2.16). Вычислить время, за которое давление упадет от $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ *мм* рт. ст. до $1{,}5 \times 10^{-5}$ *мм* рт. ст.

2.18. Вычислить время τ, необходимое для того, чтобы форвакуумный насос откачал объем $V = 64$ *л* от атмосферного давления $p_0 = 760$ *мм* рт. ст. до давления $p = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ *мм* рт. ст. Быстрота действия насоса $C = 50$ *л/мин* (см. примечание к задаче 2.16). Предельное давление $p_{пред}$, до которого откачивает насос, равно $5 \cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст.

2.19. Камера объемом $V = 1{,}50$ *м*^{3} соединена с диффузионным насосом при помощи трубки (вакуум-провода) радиуса $r = 25{,}0$ *мм* и длины $l = 50$ *см*. Быстрота действия насоса $C = 50$ *л/сек* (см. примечание к задаче 2.16). Температура воздуха 17° С, молекулярный вес воздуха 29. Вычислить:

а) быстроту откачки камеры $C' = \frac{dV'}{dt}$ (где $\frac{dV'}{dt}$ — объем газа, поступающего в трубопровод за 1 *сек*, измеренный при давлении p в откачиваемом объеме);

б) время τ, за которое давление в камере упадет от $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ *мм* рт. ст. до $p = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ *мм* рт. ст.;

в) во сколько раз уменьшится время откачки, если увеличить диаметр трубопровода так, что его сопротивлением можно будет пренебречь?

Примечание. При низких давлениях, когда длина свободного пробега молекул много больше диаметра трубопровода ($\lambda \gg 2r$), масса газа m, протекающая за

1 *сек* по трубе, на концах которой поддерживаются давления p_1 и p_2, вычисляется по формуле Кнудсена:

$$m = \sqrt{\frac{\mu}{RT}} \frac{p_1 - p_2}{W}, \qquad \text{где} \quad W = \frac{3}{4\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{l}{r^3}$$

(W называют сопротивлением трубопровода).

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО СКОРОСТЯМ И ЭНЕРГИЯМ. ЗАКОНЫ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

2.20. Найти число молекул гелия (He) в 1 *см*³, скорости которых лежат в интервале от $2{,}39 \cdot 10^3$ *м/сек* до $2{,}41 \cdot 10^3$ *м/сек*. Температура гелия 690° С, его плотность $2{,}16 \cdot 10^{-4}$ *кг/м*³.

2.21. В баллоне, объем которого 10,5 *л*, находится водород (H_2). При температуре 0° С давление водорода 750 *мм* рт. ст. Найти число молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от $1{,}19 \cdot 10^3$ *м/сек* до $1{,}21 \times \times 10^3$ *м/сек*, при температурах а) 0° С и б) 810° С.

2.22. Найти относительное число молекул газа, скорости которых отличаются не больше чем на 0,5% от а) наиболее вероятной скорости, б) средней скорости, в) средней квадратичной скорости.

2.23. При каком значении скорости v пересекаются кривые распределения Максвелла для температур T_1 и $T_2 = 2T_1$?

2.24. Найти отношение числа молекул газа Δn_1, скорости которых лежат в интервале от v до $v + \Delta v$ при температуре T_1, к числу молекул Δn_2, скорости которых лежат в том же интервале при температуре $T_2 = 2T_1$. Рассмотреть случаи:

$$\text{а)}\ v = \frac{1}{2} v_{\text{вер}\,1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2RT_1}{\mu}}; \qquad \text{б)}\ v = v_{\text{вер}\,1};$$

$$\text{в)}\ v = 2v_{\text{вер}\,2} = 2\sqrt{\frac{2RT_2}{\mu}}$$

(предполагается, что во всех случаях $\Delta v \ll v$).

На основании полученных результатов сделать вывод о том, как изменяется кривая распределения Максвелла при нагревании газа (см. также задачу 2.23).

2.25. Какая часть молекул газа имеет кинетическую энергию поступательного движения, отличающуюся от

средней кинетической энергии поступательного движения молекул не более чем на 1%?

2.26. Вычислить число ударов ν молекул газа об единичную площадку в единицу времени. Число молекул газа в единице объема n, температура газа T, масса молекулы m. Для газа имеет место распределение Максвелла.

Указание. Число молекул, компонента скорости которых лежит в интервале от v_x до v_x+dv_x (при произвольных значениях двух других компонент v_y и v_z):

$$dn=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} n e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x.$$

2.27. Вычислить среднее значение компоненты скорости v_x и среднее значение абсолютной величины компоненты скорости $|v_x|$ молекул в газе, для которого справедливо распределение Максвелла. Масса молекул m, температура газа T.

2.28. Найти давление воздуха а) над поверхностью Земли на высоте 10 *км* и б) в шахте на глубине 10 *км*. На поверхности Земли давление 760 *мм* рт. ст., молекулярный вес воздуха 29. Считать, что температура воздуха не зависит от высоты и равна 0° С.

2.29. На какой высоте h над уровнем моря плотность воздуха уменьшается а) в два раза, б) в e раз? Молекулярный вес воздуха 29. Считать, что температура воздуха не зависит от высоты и равна 0° С.

2.30. На какой высоте h плотность кислорода (O_2) уменьшается на 1%? Температура кислорода 27° С.

2.31. Определить вес P газа, заключенного в вертикальном цилиндрическом сосуде. Площадь основания сосуда S, высота h. Давление газа на уровне нижнего основания цилиндра p_0, температура газа T. Масса киломоля газа μ.

2.32. Показать, что центр тяжести вертикального цилиндрического столба воздуха находится на высоте h_c, на которой плотность газа убывает в e раз. Считать, что температура воздуха T не зависит от h.

2.33. Горизонтальный цилиндр, закрытый с одного конца, вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через открытый конец цилиндра. Длина цилиндра l, площадь его основания S,

давление воздуха вне трубы p_0, температура воздуха T, масса молекулы воздуха m. Найти:

а) закон изменения числа молекул воздуха в единице объема n внутри цилиндра с расстоянием r от оси вращения;

б) силу f добавочного давления воздуха на дно цилиндра.

2.34. Вычислить, какой процент молекул газа, находящихся в поле силы тяжести, имеет потенциальную энергию ε_p бо́льшую, чем их средняя кинетическая энергия поступательного движения. Считать, что для газа имеет место распределение Больцмана.

2.35. Какая часть молекул водорода (H_2) имеет кинетическую энергию, достаточную для преодоления гравитационного поля Земли, если температура газа 300° К?

2.36. Температура газа изменяется с высотой h по закону $T=T_0(1-\beta h)$, где β — постоянная величина. Найти закон изменения с высотой давления p и плотности ρ газа. При $h=0$ давление газа p_0. Масса киломоля газа μ.

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

2.37. Оценить среднюю длину свободного пробега λ и время τ между двумя соударениями

а) для молекул водорода (H_2) при нормальных условиях;

б) для протонов космических лучей в Галактике.

Считать, что средняя плотность межзвездного газа 10^4 *частиц/см*^{3}. Скорость космических частиц близка к скорости света. Масса протона практически равна массе атома водорода. Радиус протона $r \sim 10^{-13}$ *см*.

2.38. Вычислить среднюю длину свободного пробега λ и время τ между двумя столкновениями молекул кислорода (O_2) при давлении $1{,}5\cdot10^{-6}$ *мм* рт. ст. и температуре 17° С.

2.39. Сколько столкновений между молекулами происходит за одну секунду в 1 *см*^{3} водорода (H_2), если плотность водорода $8{,}5\cdot10^{-2}$ *кг/м*^{3} и температура 0° С?

2.40. В баллоне, объем которого 2,53 *л*, содержится углекислый газ (CO_2). Температура газа 127° С, давление 100 *мм* рт. ст. Найти число молекул N в баллоне и число столкновений z между молекулами за 1 *сек*.

2.41. Каково примерно давление, ниже которого между стенками сосуда Дьюара будет вакуум? Расстояние между стенками сосуда $l = 10$ *мм*, температура 20° С.

2.42. Найти, как зависят от давления средняя длина свободного пробега λ и число z столкновений в 1 *сек* молекул идеального газа, если масса газа постоянна и газ совершает процесс а) изохорический, б) изотермический и в) адиабатический. Эффективный диаметр молекул считать постоянным.

2.43. Найти, как зависят от температуры средняя длина свободного пробега λ и число z столкновений в 1 *сек* молекул идеального газа, если масса газа постоянна и газ совершает процесс а) изохорический, б) изобарический и в) адиабатический. Эффективный диаметр молекул считать постоянным.

2.44. Рассмотреть с молекулярно-кинетической точки зрения процесс распространения звука в идеальном газе. Ответить на вопросы:

а) Может ли скорость звука быть больше средней квадратичной скорости молекул газа?

б) При каком условии процесс распространения звука можно считать адиабатическим?

в) Какой длины звуковые волны будут сильно затухать в идеальном газе?

2.45. Какая часть всех молекул воздуха, находящегося при температуре 0° С и давлении $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ *мм* рт. ст., проходит путь 10 *мм* без столкновений? Молекулярный вес воздуха 29.

2.46. Оценить среднюю длину свободного пробега λ и коэффициент диффузии D ионов в водородной плазме. Температура плазмы 10^7 °К, число ионов в 1 *см*³ плазмы равно 10^{15}. При указанной температуре эффективное сечение иона водорода считать равным $4 \cdot 10^{-20}$ *см*².

2.47. Коэффициент теплопроводности $\varkappa$ кислорода (O_2) при температуре 100° С равен $3{,}25 \cdot 10^{-2}$ *вт/м·град*. Вычислить коэффициент вязкости η кислорода при этой температуре.

2.48. Коэффициент вязкости η углекислого газа (CO_2) при нормальных условиях известен (см. табл. III в Приложениях). Вычислить длину свободного пробега λ молекул CO_2 и коэффициент диффузии D при нормальных условиях.

2.49. Двухатомный газ адиабатически расширяется до объема, в два раза большего начального. Определить, как изменится коэффициент теплопроводности $\varkappa$ и коэффициент диффузии D газа. Эффективный диаметр молекул считать постоянным.

2.50. Давление двухатомного газа вследствие сжатия увеличивается в 10 раз. Определить, как изменятся длина свободного пробега молекул в газе λ и коэффициент вязкости газа η. Рассмотреть случаи, когда сжатие происходит а) изотермически, б) адиабатически. Эффективный диаметр молекул считать постоянным.

2.51. Пространство между двумя концентрическими сферами заполнено однородным изотропным веществом. Радиусы сфер равны r_1 и r_2 $(r_2>r_1)$. Поверхность внутренней сферы поддерживается при температуре T_1, поверхность внешней сферы — при температуре T_2. Поток тепла q через поверхности сфер известен. Найти градиент температуры dT/dr между сферами и коэффициент теплопроводности $\varkappa$ вещества, находящегося между сферами.

2.52. Одноатомный идеальный газ заполняет пространство между двумя очень длинными коаксиальными цилиндрами. Эффективный диаметр молекул газа d, масса киломоля газа μ. Радиусы цилиндров r_1 и r_2 $(r_2>r_1)$. Внутренний цилиндр поддерживается при температуре T_1, внешний — при температуре T_2. Найти градиент температуры $\frac{dT}{dr}$ в пространстве между цилиндрами и поток тепла q, приходящийся на единицу длины цилиндров. Считать, что конвекция газа отсутствует и что длина свободного пробега молекул газа много меньше расстояния между цилиндрами.

2.53. Пространство между двумя большими параллельными пластинами заполнено гелием (He). Расстояние между пластинами $l=50$ *мм*. Одна пластина поддерживается при температуре $T_1=20°$ C, другая — при температуре $T_2=40°$ C. Вычислить поток тепла q, приходящийся на единицу площади пластин. Расчеты сделать для случаев, когда давление в газе а) $p=760$ *мм* рт. ст., б) $p=5{,}0\cdot10^{-5}$ *мм* рт. ст.

2.54. На рис. 24 схематически показан прибор для измерения коэффициента вязкости газа η. Над неподвижным диском подвешен на тонкой упругой проволоке

второй диск. Угол поворота этого диска определяется с помощью зеркальца *3*. Экспериментально определяются логарифмический декремент затухания Λ крутильных колебаний диска в исследуемом газе и период свободных колебаний диска в вакууме T_0. Найти формулу для вычисления η. Известны: радиус дисков a, расстояние между дисками d, масса диска m.

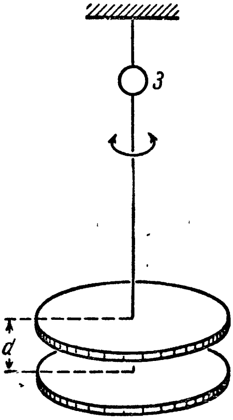

Рис. 24.

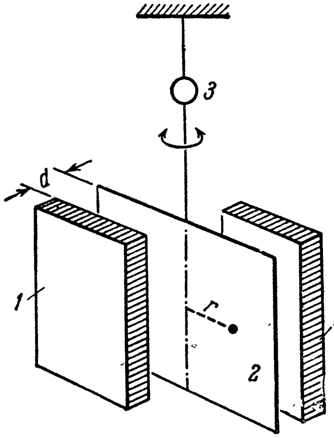

Рис. 25.

2.55. Газ заполняет пространство между двумя очень длинными коаксиальными цилиндрами. Радиусы цилиндров равны r_1 и r_2 $(r_2 > r_1)$. Внешний цилиндр вращается с постоянной угловой скоростью ω_0, внутренний неподвижен. Найти момент сил трения, действующий на единицу длины внутреннего цилиндра. Коэффициент вязкости газа η.

2.56. На рис. 25 схематически показано устройство абсолютного манометра Кнудсена, применяемого для измерения давления в разреженных газах (в интервале 10^{-2}—10^{-7} *мм* рт. ст.). Две неподвижные пластины *1* нагреты до температуры T_1. Подвижная пластина *2* подвешена на тонкой упругой нити. Температура T пластины *2* такая же, как и газа в манометре $(T < T_1)$. Поскольку температуры газа по обе стороны пластины *2* различны, результирующий импульс, сообщаемый молекулами газа, ударяющимися о поверхность пластин, не равен нулю и на пластину *2* действуют силы (радиометрический

эффект). Под действием момента этих сил пластина *2* поворачивается на угол φ, определяемый с помощью зеркальца *3*.

Найти угол поворота φ подвижной системы манометра в зависимости от давления p при условии, что длина свободного пробега $\lambda \gg d$.

Коэффициент пропорциональности K между крутильным моментом и углом закручивания φ определяют, измерив период τ_0 свободных крутильных колебаний системы. Этот период τ_0, момент инерции подвижной системы I и расстояние r от оси вращения до центра инерции пластины *2* считать известными.

2.57. Два сосуда отделены друг от друга тонкой перегородкой с отверстием, линейные размеры которого много меньше длины свободного пробега молекул газа. В одном из сосудов находится ультраразреженный газ. Второй сосуд непрерывно откачивается, и давление в нем можно считать равным нулю. Объем сосуда с газом равен V, температура газа T_1, масса киломоля газа μ, площадь отверстия S. Через сколько времени τ после того, как будет открыто отверстие, давление в сосуде с газом уменьшится вдвое?

ПЕРВОЕ И ВТОРОЕ НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ В ПРИМЕНЕНИИ К ИДЕАЛЬНОМУ ГАЗУ

2.58. Идеальный газ, находящийся в некотором начальном состоянии, характеризуемом объемом V_1, расширяется до объема V_2. Процесс расширения происходит: 1) изобарически, 2) изотермически, 3) адиабатически. Начертить графики этих процессов на диаграммах p, V и U, V. На основании исследования графиков определить:

а) при каком процессе произведенная газом работа наименьшая;

б) знак приращения внутренней энергии газа ΔU при каждом процессе.

2.59. В закрытом сосуде объемом 2,50 *л* находится водород (H_2) при температуре 17° С и давлении 100 *мм* рт. ст. Водород охлаждают до температуры —183° С (температура кипения жидкого кислорода при атмосферном давлении). Вычислить:

а) давление p в сосуде после охлаждения;

б) количество отданного газом тепла Q';

в) приращение внутренней энергии водорода ΔU.

2.60. Один киломоль газа изобарически нагревается от 20° С до 600° С; при этом газ поглощает $1{,}20 \cdot 10^7$ *дж* тепла. Найти:

а) число степеней свободы молекул газа i;

б) приращение внутренней энергии ΔU газа;

в) работу газа A.

2.61. В вертикальном цилиндре под поршнем массы m и площади S находится один киломоль некоторого газа. Первоначально давление газа на поршень уравновешивается весом поршня и атмосферным давлением p_0. Затем, действуя на поршень извне, выдвигают его из цилиндра настолько медленно, что температура газа в цилиндре остается практически постоянной. Найти работу A', затраченную а) при поднятии поршня на высоту h, б) при увеличении объема газа в два раза. Трение поршня о стенки цилиндра не учитывать.

2.62. 1,00 *кг* кислорода (O_2) сжимается адиабатически, вследствие чего температура газа возрастает от 20° С до 500° С. Изобразить этот процесс на диаграмме U, T. Вычислить:

а) приращение внутренней энергии газа ΔU;

б) работу A', затраченную на сжатие газа;

в) во сколько раз уменьшится объем газа?

2.63. Двухатомный идеальный газ, находящийся в некотором начальном состоянии, сжимают до объема, в 10 раз меньшего начального. Сжатие производят в одном случае изотермически, в другом — адиабатически.

а) При каком из процессов и во сколько раз работа, затраченная на сжатие, будет больше?

б) В результате какого процесса внутренняя энергия газа возрастет? Во сколько раз?

2.64. Теплоизолированный закрытый с обоих концов цилиндрический сосуд заполнен идеальным газом. Внутри сосуда находится легкоподвижный поршень, который делит объем сосуда на две равные части объемом каждая V_0. Давление газа p_0, масса поршня m, его площадь S. Найти:

а) работу A', которую нужно совершить, чтобы, очень медленно двигая поршень, сжать газ в одной половине сосуда до половины его начального объема;

б) период T колебаний поршня, которые возникнут, если сместить поршень на небольшое расстояние от положения равновесия и затем отпустить.

Потерей энергии на трение при движении поршня пренебречь.

2.65. Вычислить скорость v адиабатического истечения гелия (He) из сосуда в вакуум через малое отверстие. Температура гелия в сосуде $T=1490°$ K. Считать, что площадь отверстия настолько мала, что можно пренебречь скоростью потока газа в сосуде.

2.66. Газ адиабатически вытекает из резервуара по горизонтальной трубе малого сечения S. В резервуаре поддерживаются постоянными давление p_0 и температура T_0. Наружное давление равно p. Считать газ идеальным, а сечение трубы S настолько малым, что можно пренебречь скоростью потока газа в резервуаре.

а) Найти скорость истечения газа v и количество газа q, вытекающего в единицу времени.

б) Показать, что q максимально, когда скорость истечения равна скорости звука в газе при температуре на выходе из трубы.

2.67. На рис. 26 показан политропический процесс расширения газа, в результате которого объем газа увеличился в три раза. Начальный объем газа V_0, начальное давление p_0.

Найти:

а) показатель политропы n;

б) приращение внутренней энергии ΔU газа;

в) работу A, совершаемую газом;

г) молярную теплоемкость C газа при этом процессе.

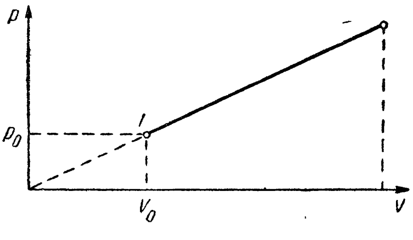

Рис. 26.

2.68. Один киломоль идеального одноатомного газа расширяется по политропе с показателем $n=1,5$, причем его температура уменьшается на 1°. Вычислить:

а) молярную теплоемкость C газа при этом процессе,

б) количество тепла Q, полученного газом;

в) работу A, совершаемую газом. За счет каких источников энергии совершается эта работа?

2.69. Найти молярную теплоемкость C газа при политропическом процессе. Показатель политропы равен n. Определить, при каких значениях n теплоемкость газа будет отрицательна. (Считать, что теплоемкость газа C_V не зависит от температуры.)

2.70. При каких значениях показателя политропы n политропическое расширение идеального газа сопровождается: а) поглощением тепла и нагреванием газа, б) поглощением тепла и охлаждением газа, в) выделением тепла? За счет какого источника энергии в этом случае газ совершает работу?

2.71. Молярная теплоемкость идеального газа при некотором процессе изменяется по закону $C=\alpha/T$, где α — постоянная величина. Найти:

а) работу A, совершаемую киломолем газа при его нагревании от температуры T_1 до температуры $T_2=2T_1$;

б) уравнение, связывающее параметры p и V при этом процессе.

2.72. Один киломоль одноатомного газа, находящийся при температуре $T_1=300°$ С, охлаждается изохорически, вследствие чего его давление уменьшается в два раза. Затем газ изобарически расширяется так, что в конечном состоянии его температура равна первоначальной. Изобразить процесс на диаграмме p, V. Вычислить:

а) количество поглощенного газом тепла Q;

б) произведенную газом работу A;

в) приращение внутренней энергии газа ΔU.

2.73. 14 *г* азота (N_2) адиабатически расширяются так, что давление уменьшается в пять раз, и затем изотермически сжимаются до первоначального давления. Начальная температура азота $T_1=420°$ С. Изобразить процесс на диаграмме p, V. Найти:

а) температуру газа T_2 в конце процесса;

б) количество тепла Q', отданного газом;

в) приращение внутренней энергии газа ΔU;

г) совершенную газом работу A.

2.74. Газ, занимающий объем 0,390 $м^3$ при давлении $1{,}55 \cdot 10^5$ $н/м^2$, изотермически расширяется до десятикратного объема и затем изохорически нагревается так, что в конечном состоянии его давление равно первоначальному. При этом процессе газу сообщается количество

тепла, равное $1{,}50 \cdot 10^6$ *дж*. Изобразить процесс на диаграмме p, V. Найти число степеней свободы i молекул газа.

2.75. Один киломоль кислорода (O_2) совершает цикл Карно в интервале температур от 27 до 327° С. Известно, что отношение максимального за цикл давления p_{max} к минимальному давлению p_{min} равно 20. Вычислить:

а) к. п. д. цикла η;

б) количество тепла Q_1, полученного от нагревателя за цикл;

в) количество тепла Q_2', отданного холодильнику за цикл;

г) работу A, совершаемую газом за цикл.

2.76. Идеальная холодильная машина работает по обратному циклу Карно в интервале температур от 100 до 9° С. Работа машины за цикл $A = -1{,}55 \cdot 10^3$ *дж*. Вычислить:

а) холодильный коэффициент ε;

б) количество тепла Q_2, отводимого от охлаждаемого тела за цикл;

в) количество тепла Q_1', отдаваемого теплоприемнику за цикл.

Примечание. Холодильным коэффициентом ε называют отношение количества тепла Q_2, отводимого от охлаждаемого тела, к затраченной работе $A' = -A$.

2.77. Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Найти совершаемую газом работу A и к. п. д. цикла η. Известно, что в пределах цикла максимальные значения объема и давления газа в два раза больше минимальных значений, равных $p_{min} = 1{,}0$ *ат* и $V_{min} = 0{,}50$ *м*^{3}.

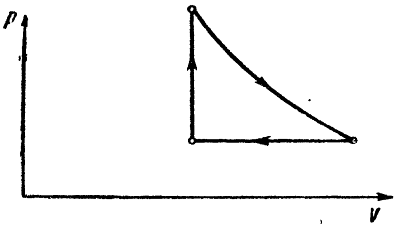

Рис. 27.

2.78. Цикл, совершаемый двумя киломолями одноатомного идеального газа, состоит из изотермы, изобары и изохоры (рис. 27). Известно, что максимальный объем газа в два раза больше минимального и что изотермический процесс совершается при температуре $T = 400°$ К.

а) Вычислить работу A и к. п. д. цикла η.

б) Сравнить полученное значение η с к. п. д. цикла Карно η_0, проводимого в интервале температур от T_{min} до T_{max} данного цикла.

2.79. Найти к. п. д. цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, предполагая, что рабочим веществом является идеальный газ. Известно, что максимальное давление в два раза больше минимального.

2.80. Вычислить приращение энтропии ΔS одного киломоля трехатомного идеального газа при нагревании от 0° С до 500° С, если процесс нагревания происходит: а) при постоянном объеме; б) при постоянном давлении. Считать молекулы газа жесткими.

2.81. Найти приращение энтропии ΔS при расширении 2,0 *г* водорода (H_2) от $V_1=1{,}50$ *л* до $V_2=4{,}50$ *л*, если процесс расширения происходит: а) при постоянном давлении, б) при постоянной температуре.

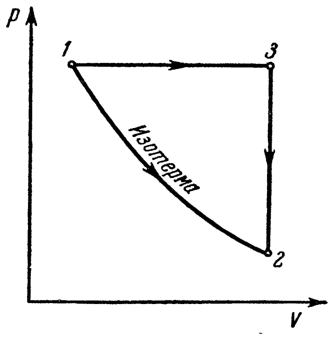

Рис. 28.

2.82. На рис. 28 показаны два процесса, переводящих идеальный газ из состояния *1* в состояние *2*. Показать, что приращение энтропии ΔS в обоих случаях одинаково.

2.83. Процесс расширения двух киломолей одноатомного идеального газа происходит так, как показано на рис. 26. Какой знак имеет приращение энтропии ΔS при этом процессе? Найти ΔS при увеличении объема газа в два раза.

2.84. Один киломоль газа совершает политропический процесс, причем его температура изменяется от T_1 до T_2. Показатель политропы равен n. Найти приращение энтропии газа ΔS.

2.85. Найти приращение энтропии ΔS в процессах, разобранных в задачах: а) 2.59, б) 2.73, в) 2.74.

2.86. На каких участках циклов, рассмотренных в задачах: а) 2.77, б) 2.78, в) 2.79, внутренняя энергия и энтропия увеличиваются? Изобразить эти циклы на диаграмме S, $\ln T$.

2.87. В одном сосуде, объем которого $V_1=1,60$ *л*, находится 14 *г* окиси углерода (CO). В другом сосуде, объем которого $V_2=3,40$ *л*, находится 16 *г* кислорода (O_2). Температуры газов одинаковы. Сосуды соединяют, и газы перемешиваются. Найти приращение энтропии ΔS при этом процессе.

2.88. Теплоизолированный сосуд разделен на две равные части перегородкой, в которой имеется закрывающееся отверстие. В одной половине сосуда содержится идеальный газ, масса которого m. Вторая половина откачана до высокого вакуума. Отверстие в перегородке открывают, и газ заполняет весь объем. Найти приращение внутренней энергии ΔU и приращение энтропии ΔS газа.

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ И ЖИДКОСТИ

2.89. 0,840 *кг* азота (N_2) занимает объем 33,0 *л* при температуре —100° С. Найти давление p_1, оказываемое газом на стенки сосуда, считая, что при этих условиях для азота справедливо уравнение Ван-дер-Ваальса. Сравнить p_1 с давлением p_2, вычисленным с помощью уравнения состояния идеального газа.

2.90. Найти выражение для работы A, совершаемой киломолем газа при изотермическом расширении. Считать, что газ подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса.

2.91. Один киломоль кислорода изотермически расширился от объема 1,00 $м^3$ до объема 5,0 $м^3$. Процесс происходил при температуре 27° С. Вычислить:

а) количество поглощенного тепла Q;

б) приращение внутренней энергии газа ΔU;

в) работу A, совершенную газом.

2.92. Найти для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса:

а) молярную теплоемкость при постоянном объеме C_V;

б) разность молярных теплоемкостей $C_p - C_V$;

в) уравнение адиабаты.

2.93. Критические величины для воды (H_2O) имеют следующие значения: $T_{кр}=547°$ К; $p_{кр}=2,20\cdot10^7$ *н/м*^{2}.

а) Какой наибольший объем может занимать 1 *кг* воды в жидком состоянии?

б) Каково наибольшее давление насыщенных паров воды?

в) Могут ли пары воды сконденсироваться в жидкость при температуре 500° С?

2.94. Вычислить критическую температуру $T_{кр}$ и критическую плотность $\rho_{кр}$ углекислого газа (CO_2).

2.95. Для демонстрации критического состояния вещества изготовляют запаянную стеклянную ампулу, содержащую такое количество исследуемой жидкости, для которого объем ампулы является критическим. В процессе нагревания ампулы содержащееся в ней вещество пройдет через последовательность состояний, включающую и критическое.

1) Вычислить, какое количество эфира должно быть в ампуле объемом $V=28{,}5$ *см³*, чтобы наблюдать критическое состояние. Для эфира $T_{кр}=467°$ К, $p_{кр}=3{,}59\times\times10^6$ *н/м²*, $\mu=74$ *кг/кмоль*.

2) Изобразить на диаграмме T, V область двухфазного состояния жидкость — пар и проследить ход процесса при нагревании ампулы от $T_1<T_{кр}$ до $T_2>T_{кр}$ для случаев, когда объем ампулы а) меньше критического, б) равен критическому, в) больше критического.

2.96. Два теплоизолированных баллона соединены краном. В одном баллоне, объем которого V_1, находится киломоль газа. Второй баллон, объем которого V_2, откачан до высокого вакуума. Кран открывают и газ адиабатически расширяется. Найти:

а) приращение внутренней энергии газа ΔU;

б) работу A_i, совершенную газом против внутреннего давления;

в) приращение температуры газа ΔT.

Считать, что газ подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса. Известны: масса киломоля μ, константы Ван-дер-Ваальса a и b и молярная теплоемкость C_V газа.

2.97. Углекислый газ (CO_2), занимающий объем 2,5 *л*, адиабатически расширяется в пустоту до объема, в два раза большего начального. Масса газа 44 *г*. Вычислить:

а) приращение температуры газа ΔT;

б) работу A_i, совершаемую газом против внутреннего давления.

Молярная теплоемкость CO_2 равна $C_V=28{,}7\times\times10^3$ *дж/кмоль·град*.

2.98. Показать, что в опыте Джоуля — Томсона эффект будет всегда отрицательным ($\Delta T > 0$) в следующих случаях: а) начальная температура газа T_1 такова, что $T_1 > 6{,}75\ T_{кр}$; б) дросселируется газ, для которого силами взаимного притяжения молекул можно пренебречь.

2.99. Определить знак приращения внутренней энергии газа в опыте Джоуля — Томсона для случаев, когда начальное состояние газа характеризуется точкой, лежащей а) на кривой инверсии, б) над этой кривой.

2.100. Какой знак имеет приращение энтропии ΔS в эффекте Джоуля — Томсона?

2.101. Написать выражение для приращения энтропии киломоля газа при изотермическом расширении от объема V_1 до объема V_2. Газ подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса.

2.102. Расположенный вертикально капилляр радиуса r погружен одним концом в смачивающую его жидкость (рис. 29). Найти закон изменения давления p в жидкости с высотой. Каково давление в точках A и B? Коэффициент поверхностного натяжения, краевой угол и атмосферное давление равны соответственно α, ϑ и p_0.

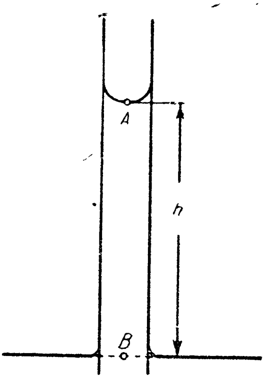

Рис. 29

2.103. Колена вертикально расположенной U-образной трубки представляют собой капилляры, радиусы которых $r_1 = 3{,}60$ *мм* и $r_2 = 0{,}50$ *мм*. В трубку налита ртуть так, что высота столба ртути в широком колене $h_1 = 21{,}2$ *см*. Вычислить разность уровней Δh ртути в коленах трубки и максимальное давление ртути p. Краевой угол $\vartheta = 138°$.

2.104. Вертикально расположенный капилляр с запаянным верхним концом погружают в широкий сосуд с глицерином так, что он оказывается погруженным на половину своей длины. Каков должен быть радиус капилляра r, чтобы высота h подъема глицерина в капилляре была равна: а) нулю, б) $l/4$? Длина капилляра

$l=30{,}0$ *см*, атмосферное давление $p_0=760$ *мм* рт. ст. Краевой угол считать равным нулю.

2.105. Каково давление p в пузырьках воздуха, образующихся в воде на глубине 3,50 *м*? Диаметр пузырьков $3{,}66\cdot10^{-3}$ *мм*. Атмосферное давление считать равным 750 *мм* рт. ст.

2.106. На какой глубине h образуются пузырьки газа в воде, если при всплытии пузырьков на поверхность их радиус увеличивается в $n=1{,}1$ раза? На поверхности воды радиус пузырьков $r=1{,}53$ *мк*; атмосферное давление $p_0=751$ *мм* рт. ст.

2.107. Радиус мыльного пузыря $r=6{,}0$ *мм*; поверхностное натяжение мыльной воды $\alpha=4{,}3\cdot10^{-2}$ *н/м*. Вычислить:

а) добавочное давление Δp воздуха внутри пузыря;

б) свободную энергию F поверхности мыльного пузыря;

в) работу A, которую нужно затратить, чтобы выдуть этот пузырь.

Считать, что процесс образования мыльного пузыря происходил изотермически.

2.108. Две вертикальные параллельные друг другу стеклянные пластины частично погружены в спирт. Расстояние между пластинами $d=0{,}20$ *мм*, ширина их $l=19{,}0$ *см*. Вычислить, на какую высоту h поднимается спирт между пластинами и с какой силой f будут притягиваться пластины. Считать, что смачивание полное и что спирт между пластинами не доходит до их краев.

2.109. Притягиваются или отталкиваются две вертикальные пластины, частично погруженные в не смачивающую их жидкость? Чему равна сила f, действующая на пластины? Известны: плотность жидкости ρ, коэффициент поверхностного натяжения α, ширина пластин l и краевой угол ϑ.

2.110. Между двумя горизонтальными стеклянными пластинами лежит большая капля ртути. Под действием силы тяжести капля принимает форму лепешки радиуса $r=2{,}28$ *см* и толщины $d=0{,}38$ *см*. Какой груз нужно положить на верхнюю пластину, чтобы расстояние между пластинами уменьшилось в $n=10$ раз? Краевой угол ϑ равен 138°.

2.111. Две стеклянные пластины смочены водой и сложены вместе. Толщина слоя воды между пластинами 1,50 *мк*, размеры пластин 5×15 *см*. Вычислить силу f, которую нужно приложить перпендикулярно к плоскости пластин, чтобы оторвать их друг от друга. Краевой угол $\vartheta=0$. Учесть, что линейные размеры пластин много больше расстояния между ними.

2.112. Две вертикальные пластинки располагают под углом друг к другу так, чтобы образовался клин с малым углом φ. Пластинки помещают в жидкость, смачивающую их. Найти уравнение кривой, ограничивающей поверхность жидкости между пластинками. Известны: плотность жидкости ρ, коэффициент поверхностного натяжения α, краевой угол ϑ.

2.113. Вычислить, насколько изменятся свободная энергия F и энтропия S поверхностного слоя в процессе слияния двух одинаковых капель ртути в одну. Процесс считать происходящим при постоянной температуре, равной 20° С. Радиус капель до слияния $r=2{,}5$ *мм*.

2.114. Один киломоль воды превращается в пар. Температура воды и пара 100° С. Вычислить приращение энтропии ΔS при этом процессе. Удельная теплота испарения воды $q=2{,}26\cdot10^3$ *кдж/кг*.

2.115. Используя уравнение Клапейрона — Клаузиуса, найти зависимость давления насыщенных паров p от температуры T для температур, значительно меньших критической. Удельная теплота парообразования q.

Указание. При температурах, значительно меньших $T_{кр}$, удельный объем насыщенных паров много больше удельного объема жидкости. Поэтому можно считать, что для насыщенных паров справедливо уравнение состояния идеального газа.

2.116. Найти зависимость давления p насыщенного пара над поверхностью жидкости от радиуса кривизны поверхности r. Известны: плотность жидкости ρ, давление насыщенных паров над плоской поверхностью жидкости p_0, коэффициент поверхностного натяжения α.

Указание. Сравнить давление насыщенных паров над плоской поверхностью и над поверхностью жидкости в капилляре, который частично погружен в жидкость. Считать, что для насыщенных паров справедлива барометрическая формула.

2.117. Камера Вильсона заполнена водяными парами, которые в результате адиабатического расширения оказались в пересыщенном состоянии. Температура паров равна $-7°$ С; давление паров p в 1,12 раза больше давления насыщенных паров $p_{нас}$ над плоской поверхностью воды при той же температуре. Каков равновесный радиус r капель воды, образующихся при прохождении α-частиц через камеру Вильсона? Что будет происходить с каплями меньшего радиуса?

ЧАСТЬ 3
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1. Сопоставить силу электростатического взаимодействия f_e двух электронов с силой их гравитационного взаимодействия f_g.

3.2. Вычислить ускорение w, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого на расстоянии $r=1{,}00$ *мм*.

3.3. Имеются две системы точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots$ $\ldots, q_i, \ldots, q_{N_1}$ и $q'_1, q'_2, \ldots, q'_k, \ldots, q'_{N_2}$, жестко закрепленных в точках с радиусами-векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \ldots$ $\ldots, \mathbf{r}_i, \ldots, \mathbf{r}_{N_1}$ и $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \ldots, \mathbf{r}'_k, \ldots, \mathbf{r}'_{N_2}$. Найти силу $\mathbf{f}$, с которой система зарядов q'_k воздействует на систему зарядов q_i. Положить $\varepsilon=1$.

3.4. По телу объема V распределен заряд q с плотностью $\rho=\rho(\mathbf{r})$; по телу объема V' распределен другой заряд q' с плотностью $\rho=\rho(\mathbf{r}')$. Написать выражение для силы $\mathbf{f}$, с которой заряд q' воздействует на заряд q. Положить $\varepsilon=1$.

3.5. С какой силой f (на единицу длины) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\lambda=3{,}00 \cdot 10^{-6}$ *к/м*, находящиеся в вакууме на расстоянии $b=20{,}0$ *мм* друг от друга? Какую работу A (на единицу длины) нужно совершить, чтобы сблизить эти нити до расстояния $a=10{,}0$ *мм*?

3.6. Электроды двухэлектродной лампы (диода) имеют форму нити радиуса $a=0{,}100$ *мм* (катод) и коаксиального с ней цилиндра радиуса $b=2{,}72$ *мм* (анод). На электроды подано напряжение $U=100$ *в*. Найти величину силы f_e, которую будет испытывать электрон, и силы $f_м$, которую будет испытывать молекула воды, если

их поместить в точку, находящуюся на расстоянии $r=$ $=1,00$ *мм* от оси катода. Дипольный момент молекулы воды $p=0,62\cdot10^{-29}$ *к·м*.

3.7. В вершинах правильного шестиугольника со стороной a помещаются точечные заряды одинаковой величины q. Найти потенциал φ и напряженность поля E в центре шестиугольника при условии, что: а) знак всех зарядов одинаков, б) знаки соседних зарядов противоположны.

3.8. N точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_N$ расположены в вакууме в точках с радиусами-векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_i, \ldots, \mathbf{r}_N$. Написать выражения для потенциала φ и напряженности поля $\mathbf{E}$ в точке, определяемой радиусом-вектором $\mathbf{r}$.

3.9. По области V распределен заряд с плотностью $\rho=\rho(\mathbf{r})$. Написать выражения для потенциала φ и напряженности поля $\mathbf{E}$ в точке, определяемой радиусом-вектором $\mathbf{r}'$. Диэлектрическую проницаемость внутри и вне области V принять равной единице.

3.10. По тонкому проволочному кольцу радиуса $r=$ $=60,0$ *мм*, находящемуся в вакууме, равномерно распределен заряд $q=2,00\cdot10^{-8}$ *к*. Найти потенциал φ и напряженность электрического поля E на оси кольца как функцию расстояния x от центра кольца.

Исследовать случай $x\gg r$.

Определить максимальное значение напряженности E_m и точку x_m, в которой оно наблюдается.

Построить примерные графики функций $\varphi(x)$ и $E(x)$. Указать, чем для кривой $\varphi(x)$ является точка x_m.

Напряженность поля вычислить двумя способами: 1) исходя из выражения для напряженности поля точечного заряда и принципа суперпозиции полей, 2) исходя из выражения для потенциала. Сравнить оба способа вычислений.

3.11. По круглой очень тонкой пластинке радиуса $r=120$ *мм* равномерно распределен заряд $q=1,80\cdot10^{-6}$ *к*. Найти напряженность поля E на оси пластинки в вакууме как функцию расстояния x от ее центра.

Исследовать полученное выражение для $x\ll r$ и $x\gg r$.

Вычислить E в точке $x=80$ *мм*.

3.12. В вакууме помещена очень тонкая пластинка, имеющая форму кольца с внутренним радиусом a и внешним радиусом b. По пластинке равномерно распре-

делен заряд q. Найти напряженность поля E на оси пластинки как функцию расстояния x от ее центра. Исследовать случай $x \gg b$.

3.13. Известно, что с помощью теоремы Гаусса легко получить для напряженности поля, создаваемого в вакууме бесконечной однородно заряженной плоскостью, выражение $E = \sigma/2\varepsilon_0$. Возьмем точку P, отстоящую от плоскости на расстоянии b (рис. 30). Проведем из основания перпендикуляра, опущенного на плоскость из точки P, окружность радиуса a. Требуется найти значение a, при котором напряженность, создаваемая в P зарядами, расположенными внутри окружности, составляет половину полной напряженности. Определить также r, соответствующее этому значению a, и угол ϑ, образованный r и b.

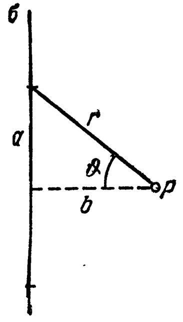

Рис. 30.

3.14. Найти потенциал φ и напряженность поля E в центре полусферы радиуса R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью σ. Положить $\varepsilon = 1$.

3.15. Заряд $q = 2{,}00 \cdot 10^{-6}$ *к* распределен равномерно по объему сферы радиуса $R = 40{,}0$ *мм*. Найти потенциал φ_0 в центре сферы. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне сферы равна единице.

3.16. Найти потенциал φ внутри заряженной сферы из предыдущей задачи как функцию расстояния r от центра сферы. Вычислить φ для $r = 20{,}0$ *мм*.

3.17. Внутри сферы, заряженной с постоянной объемной плотностью ρ, имеется сферическая полость, в которой заряды отсутствуют. Центр полости смещен относительно центра сферы на расстояние a. Найти напряженность поля $\mathbf{E}$ внутри полости. Диэлектрическую проницаемость ε принять равной единице. Рассмотреть случай $a = 0$.

3.18. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом. В этом случае напряженность поля в зазоре равна E, а электрическое смещение D. Затем половина зазора заполняется так, как показано на рис. 31, однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε. Найти возникающие после этого значения напряженности поля

и электрического смещения E_1 и D_1 в части зазора *1* и E_2 и D_2 в части зазора *2* (см. рисунок). Рассмотреть два случая: а) остается постоянным напряжение между обкладками, б) остаются неизменными заряды на обкладках. Изобразить примерный ход линий E и D в зазоре.

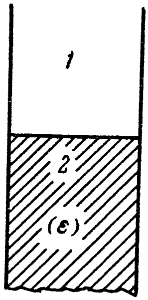

Рис. 31.

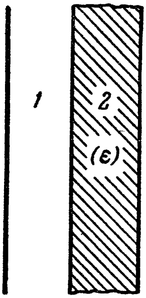

Рис. 32.

3.19. Решить задачу, аналогичную предыдущей, с тем отличием, что диэлектриком заполняется половина зазора так, как показано на рис. 32.

3.20. Стеклянная пластинка внесена в однородное электрическое поле напряженности $E_1 = 10{,}0$ *в/м* и расположена так, что угол α_1 между нормалью к пластинке и направлением внешнего поля равен 30°. Найти напряженность поля E_2 в пластинке, угол α_2, который это поле образует с нормалью к пластинке, а также плотность σ' связанных зарядов, возникших на поверхностях пластинки. Диэлектрическую проницаемость среды вне пластинки ε_1 положить равной единице.

3.21. Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с $\varepsilon = 5{,}00$ создано однородное электрическое поле напряженности $E = 100$ *в/м*. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов σ'_{max} и среднее значение σ' одного знака.

3.22. Палочка из сегнетоэлектрика, обладающая остаточной поляризацией P_r, направленной вдоль оси палочки, подвешена в горизонтальном положении на тонкой неупругой нити. Определить частоту малых колебаний, которые палочка будет совершать в однородном горизонтально направленном поле E, настолько слабом,

что оно не оказывает существенного влияния на поляризацию палочки. Длина палочки l, плотность δ.

3.23. Точечный заряд $q=2{,}00\cdot10^{-8}$ *к* находится в вакууме на расстоянии $a=50$ *мм* от заземленной плоской металлической стенки. Найти силу f, с которой стенка притягивает к себе заряд.

3.24. Вблизи заземленной плоской металлической стенки находится на расстоянии a от нее точечный заряд q. Определить поверхностную плотность σ зарядов, индуцированных на стенке, как функцию расстояния x от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на стенку. Вычислить суммарный индуцированный заряд $q_{инд}$, полагая размеры стенки бесконечно большими.

3.25. На два последовательно соединенных конденсатора $C_1=100$ *пф* и $C_2=200$ *пф* подано постоянное напряжение $U=300$ *в*. Определить напряжения U_1 и U_2 на конденсаторах и заряд q на их обкладках. Какова емкость C системы?

3.26. В изображенной на рис. 33 схеме $\mathscr{E}$ = 100 *в*, $C_1=1{,}00$ *мкф*, $C_2=2{,}00$ *мкф*, $C_3=3{,}00$ *мкф*. Сначала замыкается ключ K_1. Затем ключ K_1 размыкают и замыкают ключ K_2. Какие заряды q_1, q_2 и q_3 протекут при этом в указанных стрелками направлениях через сечения *1*, *2* и *3*?

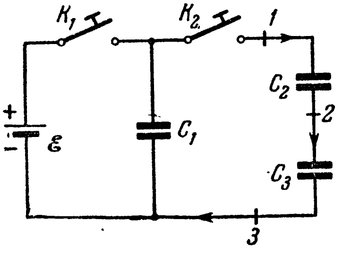

Рис. 33.

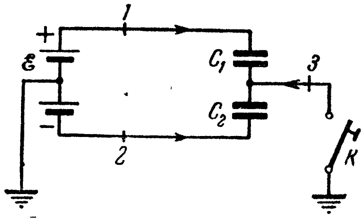

Рис. 34.

3.27. Конденсаторы $C_1=2{,}00$ *мкф* и $C_2=3{,}00$ *мкф* соединены последовательно и подключены к батарее с $\mathscr{E}=120$ *в*, средняя точка которой заземлена (рис. 34). Провод, соединяющий конденсаторы, может быть заземлен с помощью ключа K. Найти заряды q_1, q_2 и q_3, которые пройдут после замыкания ключа через сечения *1*, *2* и *3* в направлениях, указанных на рисунке.

3.28. Два длинных провода диаметром $d=1{,}00$ *мм* расположены в воздухе параллельно друг другу; расстояние между их осями $b=10{,}0$ *мм*. Найти взаимную емкость проводов C_1, приходящуюся на единицу их длины.

3.29. а) Найти емкость C конденсатора, образованного двумя одинаковыми шариками радиуса a, находящимися в среде с диэлектрической проницаемостью ε. Расстояние между центрами шариков равно b. Заряды полагать распределяющимися по поверхности шариков с постоянной плотностью.

б) Исследовать случай $b \gg a$.

в) Вычислить C при условии, что $a=10{,}0$ *мм*, $b=300$ *мм*, $\varepsilon=1{,}00$.

3.30. Внешняя обкладка сферического конденсатора может сжиматься, сохраняя строго сферическую форму и оставаясь концентричной с внутренней жесткой обкладкой. После того как обкладкам сообщаются заряды противоположного знака, но одинаковой величины $q=2{,}0\cdot10^{-6}$ *к*, внешняя обкладка сжимается под действием электрических сил, в результате чего ее радиус уменьшается от величины $a=100{,}0$ *мм* до величины $b=95{,}0$ *мм*. Найти совершенную электрическими силами работу A. Относительную диэлектрическую проницаемость среды между обкладками считать равной единице.

3.31. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, проницаемость которого изменяется в направлении, перпендикулярном к обкладкам, по линейному закону от значения $\varepsilon_1=2{,}00$ вблизи одной обкладки до $\varepsilon_2=5{,}44$ вблизи другой. На конденсатор подается напряжение $U=1000$ *в*, причем положительный свободный заряд возникает на обкладке, вблизи которой ε имеет меньшее значение. Найти знак и среднюю величину объемной плотности $\overline{\rho'}$ возникающих внутри диэлектрика связанных зарядов. Определить емкость конденсатора C.

3.32. Обкладкам плоского конденсатора сообщаются заряды $+q$ и $-q$. Зазор между обкладками заполнен изотропным веществом, диэлектрическая проницаемость которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении x по закону $\varepsilon=\varepsilon(x)$. В непосредственной близости к положительно заряженной обкладке $\varepsilon=\varepsilon_1$, в непосредственной близости к отрицательной обкладке

$\varepsilon=\varepsilon_2$. Найти объемную плотность связанных зарядов ρ' как функцию x. Определить суммарный связанный заряд q', возникающий во всем объеме диэлектрика. Площадь каждой обкладки равна S.

3.33. Найти взаимную потенциальную энергию W для каждой из систем точечных зарядов, изображенных на

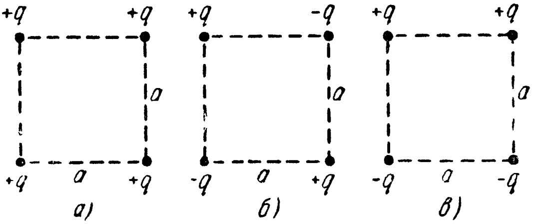

Рис. 35.

рис. 35. Все заряды одинаковы по абсолютной величине и располагаются в вершинах квадрата со стороной a.

3.34. Найти взаимную потенциальную энергию W системы N точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_N$, расположенных в вакууме в точках с радиусами-векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_i, \ldots, \mathbf{r}_N$.

3.35. По телу объема V распределен заряд с плотностью $\rho=\rho(\mathbf{r})$. Найти выражение для энергии W этого заряженного тела, полагая диэлектрическую проницаемость внутри и вне тела равной единице.

3.36. Определить работу A, которую нужно затратить, чтобы увеличить на $\Delta x=0{,}200$ *мм* расстояние x между пластинами плоского конденсатора, заряженными разноименными зарядами величины $q=2{,}00\cdot10^{-7}$ *к*. Площадь каждой пластины $S=400\cdot10^2$ *мм*^{2}. В зазоре между пластинами находится воздух.

3.37. Точечный заряд $q=3{,}00\cdot10^{-6}$ *к* помещается в центре шарового слоя из однородного изотропного диэлектрика с $\varepsilon=3{,}00$. Внутренний радиус слоя $a=250$ *мм*, внешний — $b=500$ *мм*. Найти энергию W, заключенную в диэлектрике.

3.38. Вычислить энергию W объемно заряженной сферы из задачи 3.15. Определить энергию W_1, заключенную внутри сферы, и энергию W_2, заключенную в окружающем сферу пространстве.

3.39. На рис. 36 изображена бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена, состоящего из сопротивлений $R_1=2$ *ом* и $R_2=4$ *ом*. Найти сопротивление R этой цепи.

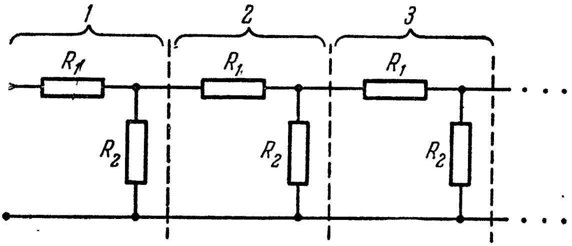

Рис. 36.

3.40. Металлический шар радиуса a окружен концентрической с ним металлической оболочкой радиуса b. Пространство между этими электродами заполнено однородной и изотропной проводящей средой с удельным сопротивлением ρ. Найти электрическое сопротивление R межэлектродного промежутка. Рассмотреть случай $b\to\infty$.

3.41. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, удельная электропроводность σ которого изменяется в направлении, перпендикулярном к пластинам, по линейному закону от значения $\sigma_1=1{,}00\cdot10^{-12}$ *ом*$^{-1}$ *м*$^{-1}$ до значения $\sigma_2=1{,}00\cdot10^{-11}$ *ом*$^{-1}$ *м*$^{-1}$. Найти ток утечки i через конденсатор при условии, что напряжение на обкладках $U=300$ *в*. Площадь обкладок $S=100$ *см*^{2}, зазор между обкладками $d=2{,}00$ *мм*.

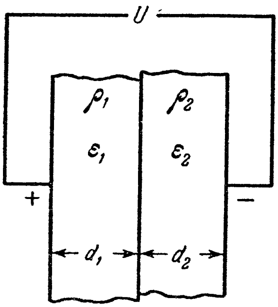

Рис. 37.

3.42. Диэлектрик плоского конденсатора состоит из двух слоев (рис. 37), характеризуемых диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1=2{,}00$, $\varepsilon_2=3{,}00$ и удельными сопротивлениями $\rho_1=1{,}00\cdot10^{10}$ *ом·м*, $\rho_2=2{,}00\cdot10^{10}$ *ом·м*. Толщина слоев $d_1=2{,}00$ *мм*, $d_2=1{,}00$ *мм*.

На конденсатор подано напряжение $U=100$ *в* (плюс на левую обкладку, минус — на правую).

1. Определить: а) напряженности поля E_1 и E_2, а также электрические смещения D_1 и D_2 в обоих слоях; б) плотность свободных зарядов на левой обкладке σ_1, на правой обкладке σ_2 и на границе раздела слоев σ; в) плотность связанных зарядов вблизи левой обкладки σ_1', вблизи правой обкладки σ_2' и на границе раздела слоев σ'; г) плотность тока j, текущего через диэлектрик.

2. Определить перечисленные в пункте 1 величины для случая $\rho_1=\infty$.

3.43. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен веществом с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=7{,}00$ и удельным сопротивлением $\rho=1{,}00\cdot10^{11}$ *ом·м*. Емкость конденсатора $C=3000$ *пф*. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $U=2000$ *в*.

3.44. Обкладки конденсатора произвольной формы разделены слабо проводящей однородной и изотропной средой с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ε. Найти ток утечки i через конденсатор при подаче на него напряжения U. Емкость конденсатора равна C.

3.45. Два электрода в виде металлических шариков радиуса a помещаются в среде, удельное электрическое сопротивление которой равно ρ. Расстояние между центрами шариков b. Найти сопротивление R между электродами. Рассмотреть случай $b\gg a$.

3.46. Две квадратные пластины со стороной $a=300$ *мм*, закрепленные на расстоянии $d=2{,}00$ *мм* друг от друга, образуют плоский конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения $U=250$ *в*. Расположенные вертикально пластины погружают в сосуд с керосином со скоростью $v=5{,}00$ *мм/сек*. Найти силу тока i, текущего при этом по подводящим проводам.

3.47. Конденсатор емкости $C=300$ *пф* подключается через сопротивление $R=500$ *ом* к источнику постоянного напряжения U_0. Определить время t, по истечении которого напряжение на конденсаторе U составит $0{,}99\,U_0$.

3.48. Бумажный конденсатор (т. е. конденсатор, в котором диэлектриком служит пропитанная вазелином бумага; $\varepsilon=2{,}10$) теряет за время $\tau=5{,}00$ *мин* половину

сообщенного ему заряда. Предполагая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, вычислить ее удельное сопротивление ρ.

3.49. Радиусы обкладок сферического конденсатора равны a и b $(a<b)$. Пространство между обкладками заполнено однородным изотропным веществом с диэлектрической проницаемостью ε и удельной электропроводностью σ. Первоначально конденсатор не заряжен. Затем внутренней обкладке сообщается заряд q_0. Найти: а) закон изменения заряда q на внутренней обкладке; б) количество тепла Q, выделяющееся при растекании заряда. Сравнить Q с изменением электрической энергии конденсатора.

3.50. На рис. 38 изображена цепь постоянного тока, состоящая из трех источников тока и трех сопротивлений, включенных последовательно. Определить разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками 1 и 2. Сопротивлением источников тока и соединительных проводов пренебречь.

3.51. N одинаковых источников тока с э. д. с. $\mathscr{E}$ и

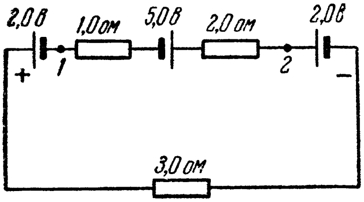

Рис. 38.

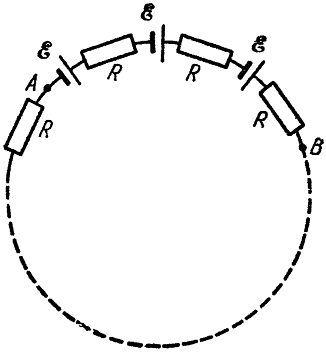

Рис. 39.

внутренним сопротивлением R_0 и такое же количество одинаковых сопротивлений R образуют замкнутую цепь из N звеньев, изображенную на рис. 39. Найти разность потенциалов между точками A и B, делящими цепь на n и $N-n$ звеньев. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

3.52. На рис. 40 изображены две разветвленные цепи постоянного тока. Определить токи, текущие через сопротивления, в обоих случаях. Сопротивлениями источников тока и соединительных проводов пренебречь. Как

изменятся токи в случае *а*), если разрезать провода в точках *А* и *В*?

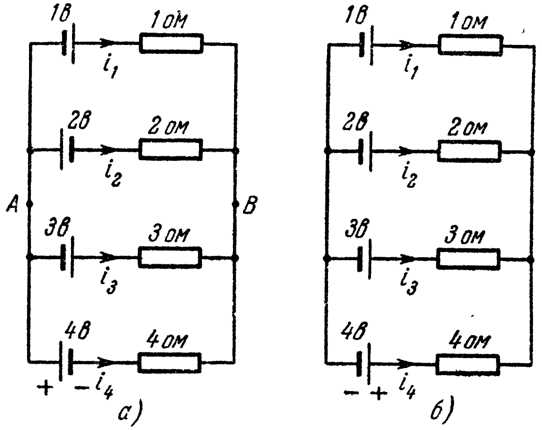

Рис. 40.

3.53. Элементы схемы, изображенной на рис. **41**, имеют следующие значения: $\mathscr{E}_1 = 1{,}00$ *в*, $\mathscr{E}_2 = 2{,}00$ *в*, $\mathscr{E}_3 = 3{,}00$ *в*, $R_1 = 100$ *ом*, $R_2 = 200$ *ом*, $R_3 = 300$ *ом*, $R_4 = 400$ *ом*.

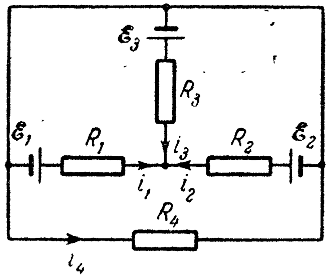

Рис. 41.

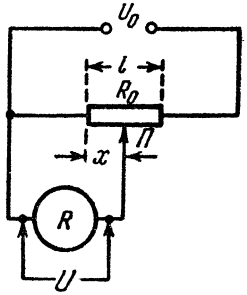

Рис. 42.

Определить токи, текущие через сопротивления. Сопротивлениями источников тока и соединительных проводов пренебречь.

3.54. На рис. 42 изображена схема потенциометра. С помощью этого устройства можно на потребляющий ток прибор *R* подавать от источника постоянного напря-

жения U_0 любое напряжение U, заключенное в пределах от 0 до U_0. В простейших потенциометрах сопротивление R_0 выполняется в виде однородной проволоки, по которой скользит ползунок *П*. Найти напряжение U, снимаемое с потенциометра на прибор R, как функцию расстояния x ползунка потенциометра от конца проволоки R_0. Исследовать случай $R \gg R_0$.

3.55. Требуется изготовить нагревательную спираль для электрической плитки мощностью 0,50 *квт*, предназначенной для включения в цепь с напряжением 220 *в*. Сколько (в метрах) нужно взять для этого нихромовой проволоки диаметром 0,40 *мм*? Удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $1{,}05 \cdot 10^{-6}$ *ом·м*.

3.56. Имеется $N=24$ одинаковых источников тока с э. д. с. $\mathscr{E}=1{,}0$ *в* и внутренним сопротивлением $R_0=0{,}20$ *ом*. Эти источники соединены так, что образуют батарею из n последовательных секций, каждая из которых состоит из N/n соединенных параллельно источников. К батарее подключен прибор, обладающий сопротивлением $R=0{,}30$ *ом*. При каком n мощность W, отбираемая прибором, будет максимальной? Чему равно максимальное значение W?

3.57. Обкладкам конденсатора с емкостью $C=2{,}00$ *мкф* сообщаются разноименные заряды величиной $q_0=1{,}00 \times 10^{-3}$ *к*. Затем обкладки замыкаются через сопротивление $R=5000$ *ом*. Найти:

а) закон изменения тока, текущего через сопротивление;

б) заряд q, прошедший через сопротивление за время $\tau=2{,}00$ *мсек*;

в) количество тепла Q, выделившееся в сопротивлении за то же время.

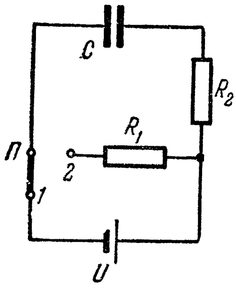

Рис. 43.

3.58. Конденсатор с емкостью $C=5{,}00$ *мкф* подсоединяется к источнику постоянного тока с напряжением $U=200$ *в* (рис. 43). Затем переключатель *П* переводится с контакта *1* на контакт *2*. Найти количество тепла Q, выделившееся в сопротивлении $R_1=500$ *ом*. Сопротивление R_2 имеет величину 300 *ом*. Сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь.

3.59. По круговому витку радиуса $R=100$ *мм* циркулирует ток силы $i=1{,}00$ *а*. Найти магнитную индукцию B: а) в центре витка, б) на оси витка на расстоянии $b=100$ *мм* от его центра.

3.60. По проволоке, согнутой в виде правильного n-угольника, вписанного в окружность радиуса R, пропускается ток силы i. Найти магнитную индукцию B в центре многоугольника. Исследовать полученное выражение для случая $n \to \infty$.

3.61. Ток силы $i=6{,}28$ *а* циркулирует в контуре, имеющем форму равнобочной трапеции (рис. 44). Отношение оснований трапеции равно 2,00. Найти магнитную индукцию B в точке A, лежащей в плоскости трапеции. Меньшее основание трапеции $l=100$ *мм*, расстояние $b=50{,}0$ *мм*.

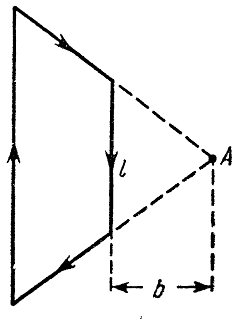

Рис. 44.

3.62. Соленоид радиуса r и длины l имеет на единицу длины n витков. По соленоиду течет ток силы i. Определить напряженность поля H на оси соленоида как функцию расстояния x от его центра. Исследовать случаи: а) x конечное, $l \to \infty$; б) $x=l/2$, $l \to \infty$.

3.63. Изолированный провод диаметром (с изоляцией) 0,3 *мм* намотан так, что образует плоскую спираль из $N=100$ витков. Радиус внешнего витка $R=30$ *мм*. Каким магнитным моментом p_m обладает эта спираль, когда по ней идет ток силы $i=10{,}0$ *ма*? Чему равна в этом случае напряженность магнитного поля в центре спирали?

3.64. По круглому прямому проводу радиуса R течет ток постоянной плотности $\mathbf{j}$. Найти векторное выражение для напряженности поля $\mathbf{H}$ в точке, положение которой относительно оси провода определяется перпендикулярным к этой оси радиусом-вектором $\mathbf{r}$. Рассмотреть случаи, когда точка лежит внутри и вне провода.

3.65. Внутри прямого провода круглого сечения имеется круглая цилиндрическая полость, ось которой параллельна оси провода и смещена относительно нее

на расстояние b. По проводу течет ток постоянной плотности $\mathbf{j}$. Найти напряженность магнитного поля $\mathbf{H}$ внутри полости. Рассмотреть случай $b=0$.

3.66. Эбонитовый шар радиуса $R=50$ *мм* заряжен при помощи трения равномерно распределенным поверхностным зарядом плотности $\sigma=1{,}00\cdot10^{-5}$ *к/м*². Шар приводится во вращение вокруг своей оси со скоростью $n=600$ *об/мин*. Найти магнитную индукцию B, возникающую в центре шара.

3.67. Шар из задачи 3.21 приводится во вращение вокруг своей оси, совпадающей с направлением $\mathbf{E}$ внутри шара. Чему равна магнитная индукция B в центре шара?

3.68. По объему однородного шара массы m и радиуса R равномерно распределен заряд q. Шар приводится во вращение вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти возникающие в результате вращения момент количества движения (механический момент) M и магнитный момент p_m, а также отношение p_m к M.

3.69. Небольшая магнитная стрелка совершает в магнитном поле Земли малые колебания с периодом $T_1=1{,}33$ *сек*. Будучи помещенной внутрь соленоида, по которому течет ток, стрелка колеблется с периодом $T_2=0{,}16$ *сек*. Определить напряженность поля H_2 внутри соленоида. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля $H_1=14{,}3$ *а/м*. Затуханием колебаний стрелки пренебречь.

3.70. Зазор между двумя параллельными круглыми пластинами заполнен однородной слабо проводящей средой с электрической проводимостью σ и относительной диэлектрической проницаемостью ε. Величина зазора d много меньше радиуса пластин R. На пластины подается напряжение, изменяющееся по закону $U=U_m\cos\omega t$ (ω не очень велика). Вычислить напряженность магнитного поля H в зазоре на расстоянии от оси пластин r, значительно меньшем R.

3.71. Показать, что, несмотря на наличие токов проводимости, текущих в радиальных направлениях, напряженность магнитного поля H в зазоре сферического конденсатора из задачи 3.49 равна нулю.

3.72. Две небольшие одинаковые катушки расположены так, что их оси лежат на одной прямой. Расстояние между катушками l, равное 200 *мм*, значительно превышает их линейные размеры. Число витков каждой

катушки $N=100$, радиус витков $r=10$ *мм*. С какой силой f взаимодействуют катушки, когда по ним идет одинаковый ток $i=0{,}10$ *а*?

3.73. Один из методов измерения магнитной восприимчивости χ заключается в том, что шарик из исследуемого материала подвешивается на нити к коромыслу весов и помещается между полюсами электромагнита (рис. 45). Измерив с помощью весов силу, с которой шарик втягивается в магнитное поле (или выталкивается из него), можно найти восприимчивость χ.

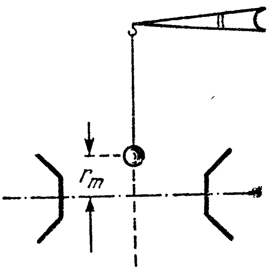

Рис. 45.

Пусть в плоскости симметрии магнита напряженность поля H изменяется в радиальном направлении по закону $H=H_0e^{-\alpha r^2}$, где H_0 — напряженность на оси магнита, α — константа. Определить расстояние r_m от оси, на котором нужно поместить шарик, чтобы втягивающая сила f была максимальна.

Вычислить χ алюминия, исходя из следующих данных: $H_0=15\cdot10^5$ *а/м*, $\alpha=100$ $м^{-2}$, масса алюминиевого шарика $m=0{,}150$ *г*, максимальная выталкивающая сила $f_m=7{,}4\cdot10^{-6}$ *н*.

3.74. Рядом с длинным прямым проводом, по которому течет ток $i_1=30$ *а*, расположена квадратная рамка с током $i_2=2{,}0$ *а*. Рамка и провод лежат в одной плоскости. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии $b=30$ *мм*. Сторона рамки $a=20$ *мм*. Найти силу f, действующую на рамку, и работу A, которую нужно совершить, чтобы повернуть рамку вокруг ее оси на 180°.

3.75. Рамка зеркального гальванометра подвешена на нити, коэффициент кручения которой $k=1{,}00\times\times10^{-5}$ *н·м/рад*. Рамка состоит из $N=100$ прямоугольных витков тонкой проволоки размером 50×30 *мм*. Она может вращаться в зазоре между полюсами магнита такой формы, что поле, действующее на рамку, обладает осевой симметрией (поле всюду в зазоре одинаково по величине и имеет направление к оси рамки). Напряженность поля в зазоре $H=1{,}00\cdot10^5$ *а·м*. На расстоянии

от зеркальца гальванометра $l_1=1200$ *мм* расположена миллиметровая шкала, наклеенная на линейку длины $l_2=800$ *мм*. В отсутствие тока световой зайчик, отбрасываемый зеркальцем, попадает в середину шкалы.

Какая максимальная сила тока i_{max} может быть измерена этим прибором?

(Под коэффициентом кручения понимается вращательный момент, необходимый для того, чтобы вызвать закручивание нити на $\Delta\alpha=1$.)

3.76. Катушка, по которой идет ток $i=10$ *ма*, помещена в однородное магнитное поле так, что ее ось совпадает с направлением поля. Обмотка катушки выполнена из медной проволоки диаметром $d=0{,}100$ *мм*; радиус витков $r=10{,}0$ *мм*. При каком значении магнитной индукции B внешнего поля обмотка катушки была бы разорвана? Прочность меди на разрыв $\sigma_p=2{,}3\cdot10^8$ *н/м²*.

3.77. В центре длинного соленоида, имеющего $n=5000$ витков на метр, помещена укрепленная на конце коромысла рычажных весов небольшая катушка с общим

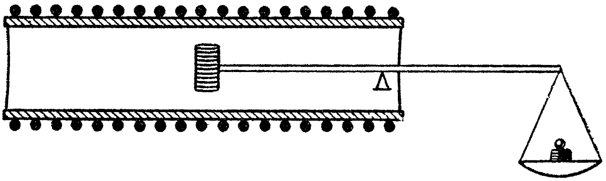

Рис. 46.

числом витков $N=200$ (рис. 46). Ось катушки перпендикулярна к оси соленоида. Диаметр витков катушки $d=10{,}0$ *мм*. Катушка уравновешена гирьками, установленными на чашке весов. При пропускании по соленоиду и катушке тока равновесие коромысла нарушается. Какой дополнительный груз P нужно поместить на чашку весов для того, чтобы восстановить равновесие, в том случае, когда через соленоид и катушку идет одинаковый ток $i=20{,}0$ *ма*? Плечо коромысла имеет длину $l=300$ *мм*.

3.78. Тонкий металлический стержень длины $l=1200$ *мм* вращается в однородном магнитном поле вокруг перпендикулярной к нему оси, отстоящей от одного из концов стержня на расстоянии $l_1=250$ *мм*, делая

$n=120$ *об/мин*. Вектор магнитной индукции параллелен оси вращения и имеет величину $B=1,00 \cdot 10^{-3}$ *тл*. Найти разность потенциалов U, возникающую между концами стержня.

3.79. Изолированный металлический диск радиуса $a=250$ *мм* вращается со скоростью $n=1000$ *об/мин*. Найти разность потенциалов U между центром и краем диска, возникающую: а) в отсутствие магнитных полей; б) при условии, что имеется перпендикулярное к диску однородное магнитное поле с индукцией $B=1,00 \cdot 10^{-2}$ *тл*.

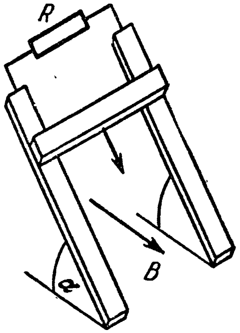

Рис. 47.

3.80. По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием своего веса медный брусок массы m (рис. 47). В окружающем шины пространстве создано однородное горизонтальное магнитное поле с индукцией B, перпендикулярное к оси бруска. Вверху шины закорочены сопротивлением R. Найти установившееся значение скорости бруска v. Коэффициент трения между поверхностями шин и бруска k, расстояние между шинами l. Сопротивлением шин, бруска и мест контакта между ними пренебречь.

3.81. Между полюсами электромагнита помещена небольшая катушка так, что оси катушки и полюсных наконечников магнита совпадают. Площадь поперечного сечения катушки $S=3,00$ *мм*^{2}, число витков $N=60$. При повороте катушки на 180° через соединенный с ней баллистический гальванометр протекает заряд $q=4,50 \times 10^{-6}$ *к*. Определить напряженность поля H между полюсами. Сопротивление катушки, гальванометра и соединительных проводов $R=40,0$ *ом*.

3.82. На круглый каркас диаметром $d=120$ *мм* намотано в один слой $N=100$ витков проволоки. Вся намотка разместилась на длине $l=60$ *мм*. Определить индуктивность L этой катушки. Магнитную проницаемость сердечника принять равной единице.

Указание. Индуктивность однослойных катушек вычисляется по формуле $L=\alpha L_{\infty}$, где L_{∞} — индуктивность бесконечного соленоида, α — коэффициент,

приближенно определяемый соотношением

$$\alpha = \frac{1}{1+0{,}45(d/l)}.$$

3.83. Из провода радиуса $a=1{,}00$ *мм* сделана прямоугольная рамка, длина которой $l=10{,}0$ *м* значительно больше ширины $b=100$ *мм* (измеренной между осями сторон рамки). Найти индуктивность рамки L. Магнитную проницаемость среды положить равной единице. Полем внутри провода пренебречь.

3.84. Так называемый коаксиальный кабель состоит из двух концентрически расположенных проводников, разделенных слоем диэлектрика. Определить емкость C_1 и индуктивность L_1 единицы длины кабеля, у которого радиус внутреннего проводника $a=1{,}50$ *мм*, а радиус внешнего проводника (имеющего форму тонкостенной трубки) $b=5{,}4$ *мм*. Диэлектриком служит полиэтилен. Учесть, что на высоких частотах (для которых предназначаются коаксиальные кабели) ток течет по поверхности провода.

3.85. Катушка с индуктивностью $L=250$ *мгн* и сопротивлением $R=0{,}300$ *ом* подключается к источнику постоянного напряжения. Через какой промежуток времени τ сила тока в катушке достигнет: а) 50% установившегося значения? б) 75% установившегося значения?

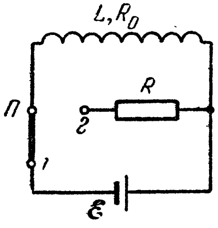

Рис. 48.

3.86. Катушка с индуктивностью $L=2{,}00\cdot10^{-6}$ *гн* и сопротивлением $R_0=1{,}00$ *ом* подключена к источнику постоянного тока с э. д. с. $\mathcal{E}=3{,}00$ *в* (рис. 48). После того как ток в катушке принимает установившееся значение, переключатель *П* очень быстро переключается с контакта *1* на контакт *2*. Найти количество тепла Q, выделившееся в сопротивлении R, имеющем величину 2,00 *ом*. Сопротивлением источника тока и соединительных проводов пренебречь.

3.87. На железном сердечнике в виде тора диаметром $d=500$ *мм* имеется обмотка с общим числом витков $N=1000$. В сердечнике сделан поперечный прорез, в результате чего образовался воздушный зазор шириной $b=1{,}00$ *мм*. При токе в обмотке силой $i=0{,}85$ *а* напря-

женность поля в зазоре $H=6{,}00\cdot10^5$ *а/м*. Определить магнитную проницаемость μ железа при этих условиях. Рассеянием линий магнитной индукции пренебречь.

3.88. На рис. 49 изображена полученная экспериментально основная кривая намагничения технически чистого железа. Пользуясь этим графиком, построить

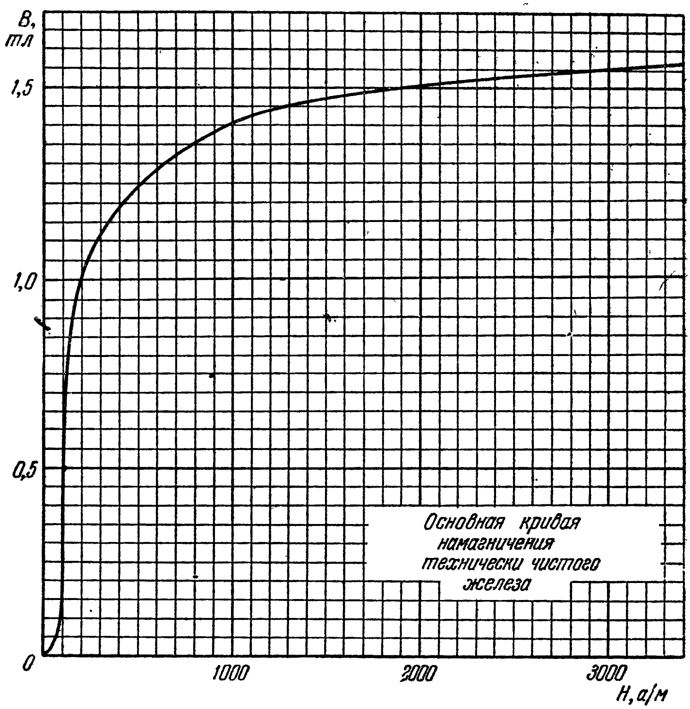

Рис. 49.

кривую зависимости магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H. Найти максимальное значение проницаемости μ_{max} и напряженность H, при которой оно достигается.

3.89. Железный сердечник, имеющий форму тора с квадратным сечением, несет на себе обмотку из $N=1000$ витков. Внутренний радиус тора $a=200$ *мм*, внешний $b=250$ *мм*. Определить энергию W, запасенную в сердечнике в том случае, когда по обмотке течет ток

$i=1{,}26$ *а*. Определение произвести приближенно, полагая напряженность магнитного поля по всему сечению тороида одинаковой и равной значению H в центре сечения.

3.90. На тороид из предыдущей задачи намотана дополнительная обмотка из $N_1=20$ витков, которая подключена к баллистическому гальванометру. Какой заряд q пройдет через гальванометр, если выключить ток, текущий в основной обмотке тороида? Общее сопротивление дополнительной обмотки, гальванометра и соединительных проводов $R=31{,}0$ *ом*.

3.91. Железное кольцо, средний диаметр которого $d=300$ *мм*, а площадь сечения $S=500$ *мм*^{2}, несет на себе обмотку из $N=800$ витков. По обмотке идет ток силой $i=3{,}00$ *а*. В кольце имеется поперечный прорез шириной $b=2{,}00$ *мм*. Пренебрегая рассеянием линий B в зазоре, найти:

а) магнитную проницаемость μ железа при этих условиях;

б) поток магнитной индукции Φ через поперечное сечение кольца;

в) энергию W_1, заключенную в железе, энергию W_2 в воздушном зазоре и полную энергию поля W;

г) индуктивность L обмотки (рекомендуется вычислить L двумя способами — выразив ее через Φ и через W и сравнить полученные результаты).

Таблица 3

H, *а/м*	*B*, *тл*		*H*, *а/м*	*B*, *тл*	
	нижняя ветвь петли	верхняя ветвь петли		нижняя ветвь петли	верхняя ветвь петли
0	−0,23	0,23	500	0,92	1,15
100	0	0,46	600	1,10	1,19
200	0,23	0,69	700	1,20	1,24
300	0,46	0,92	800	1,26	1,26
400	0,69	1,08			

3.92. В табл. 3 приведены координаты точек максимальной петли гистерезиса для некоторого ферромагнетика (даны координаты точек той части петли, которая лежит в первом и четвертом квадрантах; те же числа, но с обратным знаком, являются координатами точек той

части петли, которая лежит во втором и третьем квадрантах). Из этого ферромагнетика изготовлен сердечник тороида с радиусом $r=200$ *мм* и площадью поперечного сечения $S=300$ *мм*^{2}. По обмотке тороида течет переменный ток частоты $\nu=50$ *гц* и столь большой амплитуды, что при максимумах тока достигается магнитное насыщение ферромагнетика. Найти количество тепла Q, выделяющееся в сердечнике за время $\tau=1$ *мин*.

Указание. Предварительно построить петлю гистерезиса на миллиметровой бумаге. Рекомендуется масштаб: 1 *см* — 100 *а/м* и 1 *см* — 0,20 *тл*.

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

3.93. Вычислить скорость v, которую приобретает электрон, пройдя разность потенциалов U, равную: а) 100 *в*, б) 100 *кв*.

3.94. Для пункта б) предыдущей задачи сравнить значения $v_к$ и $v_р$, получающиеся по классической и релятивистской формулам.

3.95. В расположенном горизонтально плоском конденсаторе с зазором между пластинами $d=10{,}0$ *мм* находится заряженная капелька массы $m=6{,}40\cdot 10^{-16}$ *кг*. В отсутствие напряжения между обкладками капелька падает с постоянной скоростью $v_1=0{,}078$ *мм/сек*. После подачи на конденсатор напряжения $U=90{,}0$ *в* капелька движется равномерно вверх со скоростью $v_2=0{,}016$ *мм/сек*. Определить заряд капельки e'.

3.96. Электрон влетает в однородное электрическое поле напряженности E с начальной скоростью v_0, образующей с направлением поля острый угол α. Найти наименьшее значение v_{min}, которое принимает скорость электрона v при его движении в поле, а также кривизну C траектории в момент, когда $v=v_{min}$.

3.97. Определить силу f, действующую на электрон в момент, когда он пересекает под прямым углом ось длинного соленоида в непосредственной близости от его конца. Сила тока в соленоиде $i=2{,}00$ *а*, число витков на единицу длины $n=30$ *см*$^{-1}$. Скорость электрона $v=3{,}0\cdot 10^7$ *м/сек*. Магнитную проницаемость среды μ принять равной единице.

3.98. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B. В момент $t=0$ скорость электрона имеет значение $\mathbf{v}_0$, образующее с направлением поля угол α.

Найти уравнение траектории электрона в параметрической форме (взяв в качестве параметра время t). Начало координат поместить в точку, в которой электрон находится в начальный момент; ось z направить вдоль $\mathbf{B}$; оси x и y расположить так, чтобы вектор $\mathbf{v}_0$ лежал в плоскости xz. Вычислить координаты точек пересечения траектории с плоскостью yz.

3.99. Спираль, по которой движется электрон в однородном магнитном поле, имеет диаметр $d=80$ *мм* и шаг $l=200$ *мм*. Определить скорость электрона v. Индукция поля $B=5{,}0\times\times10^{-3}$ *тл*.

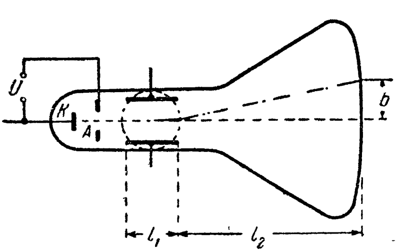

Рис. 50.

3.100. В приборе, аналогичном тому, с помощью которого Томсон определил удельный заряд электрона (рис. 50), электронный пучок может отклоняться в вертикальном направлении либо с помощью вертикально направленного электрического поля, либо с помощью магнитного поля, перпендикулярного к электрическому. Оба поля действуют на длине $l_1=$ $=50$ *мм*. Расстояние от отклоняющей системы до флуоресцирующего экрана $l_2=175$ *мм*. Электроны пучка ускоряются напряжением $U=500$ *в*, приложенным между катодом K и анодом A. При некотором отклоняющем электрическом поле след пучка смещается по экрану на расстояние $b=50$ *мм*. Включение отклоняющего магнитного поля $B=3{,}70\cdot10^{-4}$ *тл* возвращает след пучка в первоначальную точку. Определить из приведенных данных удельный заряд электрона.

3.101. В масс-спектрометре Бейнбриджа (рис. 51) расстояние между выходной щелью селектора скоростей и входной щелью регистрирующего ионы прибора $l=$ $=400$ *мм*. Индукция магнитного поля $B'=B=5{,}00\cdot10^{-2}$ *тл*. При плавном изменении напряженности электрического поля селектора наблюдаются пики ионного тока в при-

емнике при значениях $E_1=120$ *в/см* и $E_2=160$ *в/см*. Определить атомные веса A_1 и A_2 соответствующих ионов, полагая их однозарядными. Идентифицировать эти ионы (т. е. указать какому химическому элементу они соответствуют).

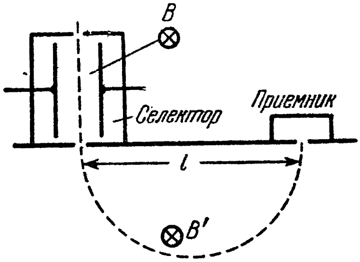

Рис. 51.

3.102. Внутренний диаметр дуантов циклотрона $d=1000$ *мм*. Индукция магнитного поля $B=1{,}20$ *тл*. Ускоряющее напряжение $U=100$ *кв*. Найти:

а) максимальную энергию W, до которой могут быть ускорены в этом циклотроне протоны, и скорость v, приобретаемую протонами к концу ускорения;

б) время τ, которое длится процесс ускорения;

в) приближенное значение пути s, проходимого протонами за это время.

3.103. Среднее значение магнитной индукции $\bar{B}$ поля, создаваемого магнитом бетатрона, изменяясь приблизительно по линейному закону, возрастает за время $\tau=1{,}00\cdot10^{-3}$ *сек* от нуля до значения $B_1=0{,}200$ *тл*. Радиус орбиты электронов $r=300$ *мм*. Найти: а) путь s, проходимый электронами за время ускорения до энергии $W=50$ *Мэв*; б) скорость электронов v, ускоренных до такой энергии.

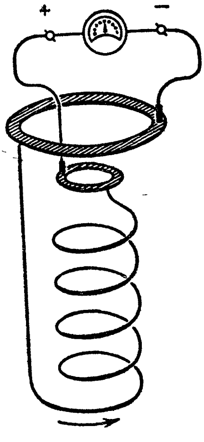

Рис. 52.

ЭЛЕКТРОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ

3.104. В эксперименте, аналогичном опыту Толмена и Стюарта, катушка диаметром $d=500$ *мм* имела $N=400$ витков медной проволоки. Через скользящие контакты катушка подсоединялась к баллистическому гальванометру с нулем посередине шкалы (рис. 52). Общее сопротивление катушки, гальванометра и соединительных проводов имело значение $R=50$ *ом*. Катушка приводилась в равномерное вращение в направлении, указанном

стрелкой, с $n=100$ *об/сек* и затем резко затормаживалась. При этом через гальванометр проходил заряд $q=1{,}10\cdot10^{-8}$ *к*, вызывавший отклонение стрелки в левую сторону. Определить знак и величину удельного заряда носителей тока в меди.

3.105. Какова работа выхода $e\varphi$ электронов из металла, если повышение его температуры от значения $T=2000°$ K на $\Delta T=0{,}01°$ K увеличивает ток насыщения термоэлектронной эмиссии на 0,01%?

3.106. Медная пластинка имеет длину $l=60$ *мм*, ширину $b=20{,}0$ *мм* и толщину $a=1{,}00$ *мм* (рис. 53). При

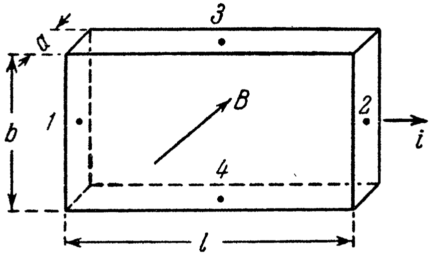

Рис. 53.

пропускании вдоль пластинки тока силы $i=10{,}0$ *а* между точками *1* и *2* наблюдается разность потенциалов $U_{12}=$ $=0{,}51$ *мв*, разность потенциалов между точками *3* и *4* равна нулю. Если, не выключая тока, создать перпендикулярное к пластинке однородное магнитное поле с индукцией $B=0{,}100$ *тл*, то между точками *3* и *4* возникает разность потенциалов $U_{34}=0{,}55\cdot10^{-7}$ *в*. Воспользовавшись этими данными, определить для меди концентрацию свободных электронов n и их подвижность u_0.

3.107. Между электродами двухэлектродной лампы (диода) включена батарея с э. д. с. $\mathcal{E}=10{,}0$ *в*. Материалом катода является вольфрам, материалом анода — никель. Какую энергию W приобретают электроны на пути от катода к аноду? Скоростью, с которой электроны вылетают из катода, можно пренебречь.

3.108. На рис. 54 изображена полученная экспериментально зависимость электропроводности σ кремния от величины, обратной абсолютной температуре T. Определить ширину запрещенной зоны ΔW для кремния.

3.109. В разрядной трубке имеется смесь водорода и гелия. Какой длиной свободного пробега λ должен обладать атомарный ион водорода для того, чтобы при соударении он мог вызвать возбуждение атомов гелия?

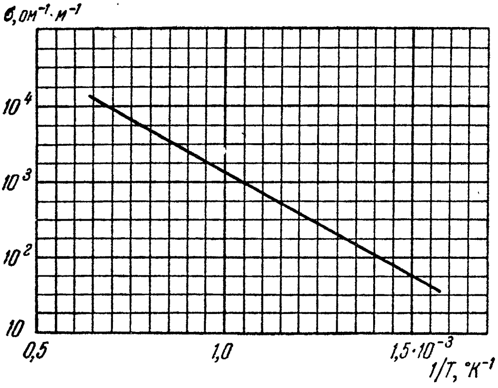

Рис. 54.

Поле в трубке считать однородным, напряженность поля $E=10$ *в/см*. Первый потенциал возбуждения атомов гелия $\varphi_1=21,4$ *в*.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

3.110. Замкнутый контур в виде рамки с площадью $S=60,0$ *см²* равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B=2,00\cdot10^{-2}$ *тл*, делая в секунду $n=20,0$ оборотов. Ось вращения и направление поля взаимно перпендикулярны. Определить амплитудное $\mathscr{E}_m$ и действующее $\mathscr{E}$ значения э. д. с. в контуре.

3.111. Цепь переменного тока образована последовательно включенными активным сопротивлением $R=$ $=800$ *ом*, индуктивностью $L=1,27$ *гн* и емкостью $C=$ $=1,59$ *мкф*. На зажимы цепи подано 50-периодное действующее напряжение $U=127$ *в*. Найти:

а) действующее значение силы тока I в цепи;

б) сдвиг по фазе φ между током и напряжением;

в) действующие значения напряжений U_R, U_L и U_C на зажимах каждого из элементов цепи;

г) мощность W, выделяющуюся в цепи.

3.112. Переменное напряжение, действующее значение которого $U=220$ *в*, а частота $\nu=50$ *гц*, подано на катушку без сердечника с индуктивностью $L=3{,}18\cdot10^{-2}$ *гн* и активным сопротивлением $R=10{,}0$ *ом*. а) Найти количество тепла Q, выделяющееся в катушке за секунду. б) Как изменится Q, если последовательно с катушкой включить конденсатор емкости $C=3{,}18\cdot10^{-5}$ *ф*?

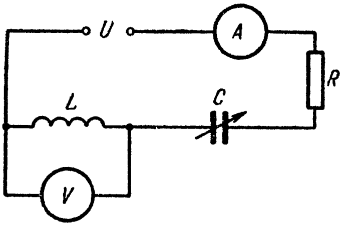

Рис. 55.

3.113. На зажимы цепи, изображенной на рис. 55, подается переменое напряжение с действующим значением $U=220$ *в* и частотой $\nu=50$ *гц*. Активное сопротивление цепи $R=22$ *ом*, индуктивность $L=0{,}318$ *гн*. Емкость цепи подбирается так, чтобы показание вольтметра, включенного параллельно L, стало максимальным. Найти показания вольтметра U_1 и амперметра I в этих условиях. Полным сопротивлением амперметра и ответвлением тока в цепь вольтметра можно пренебречь.

3.114. На точки A и B схемы, изображенной на рис. 56, подается переменное напряжение с действующим значением $U=220$ *в*. Емкость контура $C=1{,}00$ *мкф*, индуктивность $L=1{,}00\cdot10^{-3}$ *гн*, активное сопротивление $R=30{,}0$ *ом*. При каком значении частоты ω ток через сечение *1* будет минимальным? Чему равны при этой частоте действующие значения I_1, I_2 и I_3 сил токов, текущих через сечения *1*, *2* и *3*?

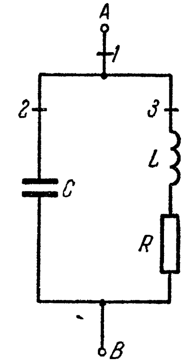

Рис. 56.

3.115. Колебательный контур радиоприемника состоит из катушки с индуктивностью $L=1{,}00$ *мгн* и переменного конденсатора, емкость которого может меняться в пределах от 9,7 до 92 *пф*. В каком диапазоне длин волн может принимать радиостанции этот приемник?

3.116. Активное сопротивление колебательного контура $R=0{,}33$ *ом*. Какую мощность W потребляет контур при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой силы тока $I_m=30$ *ма*?

3.117. Параметры колебательного контура имеют значения: $C=1000$ *пф*, $L=6{,}00\cdot10^{-6}$ *гн*, $R=0{,}50$ *ом*. Какую мощность W нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m=10{,}0$ *в*?

3.118. Параметры некоторого колебательного контура имеют значения: $C=4{,}00$ *мкф*, $L=100$ *мкгн*, $R=1{,}00$ *ом*. Чему равна добротность контура Q? Какую относительную ошибку мы сделаем, вычислив добротность контура по приближенной формуле

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\ ?$$

3.119. Добротность некоторого колебательного контура Q равна 10,0. Определить, на сколько процентов отличается частота свободных колебаний контура ω от собственной частоты контура ω_0? (Найти $(\omega_0-\omega)/\omega_0$.)

3.120. Собственная частота колебаний некоторого контура равна $\omega_0=50$ *кгц*; добротность контура $Q=72$. В контуре возбуждаются затухающие колебания. Найти закон убывания запасенной в контуре энергии W со временем t. Какая часть первоначальной энергии W_0 сохранится в контуре по истечении промежутка времени $\tau=1{,}00$ *мсек*?

3.121. Какой должна быть добротность контура Q, чтобы частота, при которой наступает резонанс токов, отличалась от частоты, при которой наступает резонанс напряжений, не более чем на 1%?

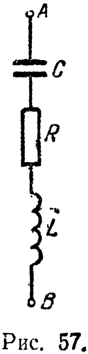

Рис. 57.

3.122. Емкость цепи, изображенной на рис. 57, $C=1000$ *пф*, индуктивность $L=1{,}00$ *мгн*. На точки A и B подаются одновременно два переменных напряжения одинаковой амплитуды, но различной частоты: частота первого напряжения совпадает с резонансной частотой контура ω_0, частота второго напряжения ω превышает резонансную на 10% ($\omega=1{,}10\,\omega_0$).

Найти отношение амплитуд токов, возбуждаемых в контуре обоими напряжениями (I_1/I_2), для случаев, когда: а) добротность контура $Q=100$; б) добротность $Q=10$.

3.123. Колебательный контур, изображенный на рис. 58, имеет емкость $C=1000$ *пф* и индуктивность

$L = 1{,}00$ *мгн*. На контур и соединенное с ним последовательно сопротивление $R' = 10{,}0$ *ом* подаются одновременно два одинаковых по величине напряжения $U_1 = U_2 = 10{,}0$ *в*, отличающихся по частоте. Частота первого напряжения совпадает с резонансной частотой контура ω_0, частота второго напряжения ω превышает резонансную на 10% ($\omega = 1{,}10\,\omega_0$).

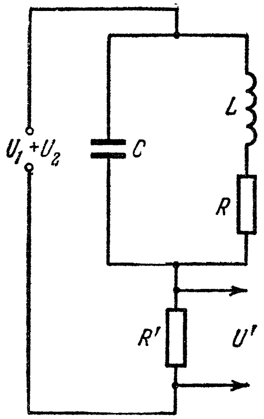

Рис. 58.

Найти величины напряжений U_1' и U_2', снимаемых с сопротивления R' в случаях, когда: а) добротность контура $Q = 100$, б) добротность $Q = 10$.

3.124. В среде с $\varepsilon = 4{,}00$ и $\mu = 1{,}00$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда электрического вектора волны $E_m = 200$ *в/м*. На пути волны располагается поглощающая поверхность, имеющая форму полусферы радиуса $r = 300$ *мм*, обращенная своей вершиной в сторону распространения волны. Какую энергию W поглощает эта поверхность за время $t = 1{,}00$ *мин*?

3.125. Электромагнитная волна, излучаемая элементарным диполем, распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля в волновой зоне, на луче, перпендикулярном к оси диполя, на расстоянии $r = 1000$ *мм* от него, $E_m = 10{,}0$ *в/м*. Вычислить мощность излучения диполя I (т. е. энергию, излучаемую диполем в единицу времени по всем направлениям).

ЧАСТЬ 4

ОПТИКА

ФОТОМЕТРИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

4.1. Найти с помощью кривой видности $V(\lambda)$, которая показана на рис. 59:

а) поток энергии, соответствующий монохроматическому световому потоку в 1 *лм* с длиной волны 0,51 и 0,64 *мк*;

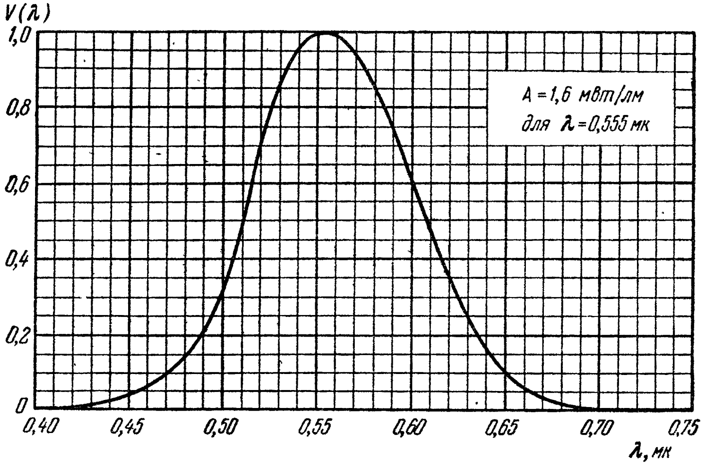

Рис. 59.

б) световой поток (в *лм*), приходящийся на интервал длин волн от 0,58 до 0,63 *мк*, если соответствующий поток энергии $\Phi_э = 4{,}5$ *мвт*, причем последний равномерно распределен по всем длинам волн этого интервала. Считать, что в данном спектральном интервале функция видности зависит линейно от длины волны.

4.2. Точечный изотропный источник испускает световой поток $\Phi = 10$ *лм* с длиной волны $\lambda = 0{,}59$ *мк*. Определить амплитудные значения напряженностей электрического и магнитного полей этого светового потока на расстоянии $r = 1{,}0$ *м* от источника. Воспользоваться кривой видности (рис. 59).

4.3. Показать, что светимость R ламбертовского источника света связана с его яркостью B соотношением $R = \pi B$.

4.4. Над центром круглого стола радиусом $r = 1{,}0$ *м* подвешен светильник, светящаяся часть которого имеет вид плоского горизонтального диска площадью $S = 100$ *см*^{2}. Яркость светильника $B = 1{,}6 \cdot 10^4$ *нт* и не зависит от направления. На какой высоте h от поверхности стола надо поместить светильник, чтобы освещенность периферийных точек стола была максимальной? Какова будет эта освещенность?

4.5. На высоте $h = 1{,}0$ *м* над центром круглого стола радиусом $r = 1{,}0$ *м* подвешен точечный источник, кривая светораспределения которого $I(\vartheta)$ обеспечивает равномерную освещенность всех точек стола (I — сила света, ϑ — угол между лучом и вертикалью). Найти вид функции $I(\vartheta)$ и световой поток, падающий на стол, если $I(0) = I_0 = 100$ *св*.

4.6. Вертикальный луч проектора освещает центр потолка круглой темной комнаты диаметром $d = 4{,}0$ *м*. При этом на потолке образуется зайчик площадью $S = 100$ *см*^{2}. Освещенность зайчика $E = 1000$ *лк*. Коэффициент отражения потолка $\rho = 0{,}80$. Найти наибольшую освещенность стены, создаваемую светом, отраженным от потолка. Считать, что отражение происходит по закону Ламберта.

4.7. Равномерно светящийся купол, имеющий вид полусферы, опирается на горизонтальную поверхность. Определить освещенность в центре этой поверхности, если яркость купола равна B и не зависит от направления.

4.8. Над столом находится светильник, имеющий вид плоского горизонтального диска радиусом $r_0 = 25$ *см*. Расстояние от светильника до поверхности стола $h = 75$ *см*. Освещенность стола под центром светильника $E_0 = 70$ *лк*. Считая, что этот источник излучает по закону Ламберта, определить его светимость.

4.9. Светильник, имеющий вид равномерно светящейся сферы радиусом $r_0=6{,}0$ *см*, находится на расстоянии $h=3{,}0$ *м* от пола. Яркость светильника $B=2{,}0\cdot10^4$ *нт* и не зависит от направления.

Определить освещенность пола в точке, находящейся под светильником.

4.10. Вывести с помощью принципа Ферма законы отражения и преломления света на плоской границе раздела двух сред.

4.11. Луч света проходит через трехгранную стеклянную призму, показатель преломления которой n и преломляющий угол ϑ. Пусть α — угол отклонения луча, т. е. угол между направлениями прошедшего и падающего лучей. Показать, что при симметричном ходе луча через призму

а) угол α минимален;

б) $n\sin\frac{\vartheta}{2}=\sin\frac{\vartheta+\alpha}{2}$.

4.12. Трехгранная призма с преломляющим углом 60° дает угол наименьшего отклонения в воздухе 37°. Какой угол наименьшего отклонения даст эта призма в воде?

4.13. Луч света, содержащий две монохроматические составляющие, проходит через трехгранную призму с преломляющим углом $\vartheta=60°$. Определить угол $\Delta\varphi$ между обеими составляющими луча после призмы, если показатели преломления для них равны 1,515 и 1,520 и призма ориентирована на угол наименьшего отклонения.

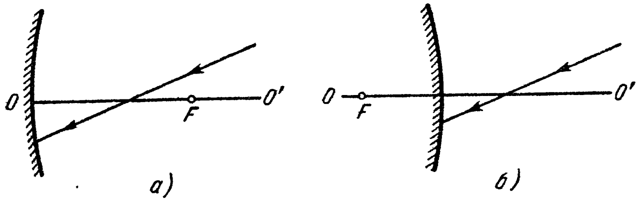

Рис. 60.

4.14. Найти построением:

а) ход луча после отражения в вогнутом и выпуклом сферических зеркалах (рис. 60, где F — фокус, OO' — оптическая ось);

б) положение зеркала и его фокуса для случаев, показанных на рис. 61, где P и P' — сопряженные точки.

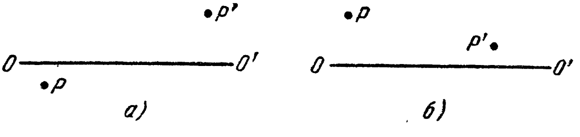

Рис. 61.

4.15. Определить фокусное расстояние вогнутого зеркала, если:

а) при расстоянии между предметом и изображением $l=15$ *см* поперечное увеличение $\beta=-2{,}0$;

б) при одном положении предмета поперечное увеличение $\beta_1=-0{,}50$, а при другом положении, смещенном относительно первого на расстояние $l=5{,}0$ *см*, поперечное увеличение $\beta_2=-0{,}25$.

4.16. Точечный источник, сила света которого $I_0=100$ *св*, помещен на расстоянии $s=20$ *см* от вершины вогнутого зеркала с фокусным расстоянием $f=25$ *см*. Определить силу света в отраженном пучке, если коэффициент отражения зеркала $\rho=0{,}80$.

4.17. Вывести с помощью принципа Ферма формулу преломления параксиальных лучей на сферической поверхности радиуса R, разделяющей среды с показателями преломления n и n'.

4.18. Точечный источник расположен на расстоянии $l=20$ *см* от передней поверхности стеклянной симметричной двояковыпуклой линзы. Толщина линзы $d=5{,}0$ *см*, радиус кривизны поверхностей $R=5{,}0$ *см*. На каком расстоянии от задней поверхности этой линзы образуется изображение источника?

4.19. Перед выпуклой поверхностью стеклянной выпукло-плоской линзы, толщина которой $d=5{,}0$ *см*, находится предмет. Изображение этого предмета образуется на плоской поверхности линзы, которая служит экраном. Определить:

а) поперечное увеличение, если радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R=10$ *см*;

б) освещенность изображения, если яркость предмета $B=850$ *нт* и диаметр входного отверстия выпуклой поверхности линзы $D=1{,}0$ *см*.

4.20. Найти оптическую силу и фокусные расстояния:

а) тонкой стеклянной линзы в жидкости с показателем преломления $n_0 = 1{,}7$, если ее оптическая сила в воздухе $\Phi_0 = -5{,}0$ *дп*;

б) тонкой симметричной двояковыпуклой стеклянной линзы ($n = 1{,}50$), с одной стороны которой находится воздух, а с другой — вода, если оптическая сила этой линзы в воздухе $\Phi_0 = +10$ *дп*.

4.21. Найти построением:

а) ход луча за собирающей и рассеивающей тонкими линзами (рис. 62, где OO' — оптическая ось, F и F' — передний и задний фокусы);

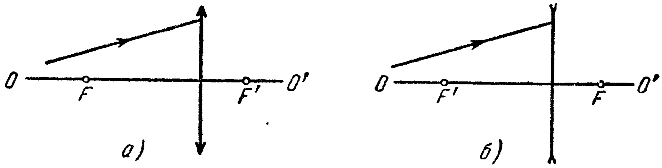

Рис. 62.

б) положение тонкой линзы и ее фокусов, если известно положение оптической оси OO' и положение пары сопряженных точек PP' (см. рис. 61); среды по обе стороны линз одинаковы;

в) ход луча 2 за собирающей и рассеивающей тонкими линзами (рис. 63), если известно положение линзы

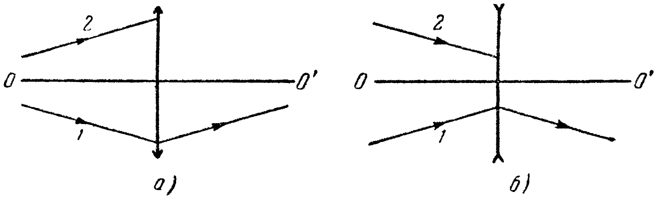

Рис. 63.

и ее оптической оси OO' и ход луча 1; среды по обе стороны линз одинаковы.

4.22. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 25$ *см* проектирует изображение предмета на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $l = 5{,}0$ *м*. Экран придвинули к линзе на $\Delta l = 18$ *см*. На сколько следует

переместить предмет, чтобы опять получить четкое изображение его на экране?

4.23. Источник света находится на расстоянии $l=90$ *см* от экрана. Тонкая собирающая линза, помещенная между источником света и экраном, дает четкое изображение источника при двух положениях.

Определить фокусное расстояние линзы, если: а) расстояние между обоими положениями линзы $\Delta l=30$ *см*; б) поперечные размеры изображения при одном положении линзы в $\eta=4{,}0$ раза больше, чем при другом.

4.24. Между предметом и экраном, положения которых неизменны, помещают тонкую собирающую линзу. Перемещением линзы находят два положения, при которых на экране образуется четкое изображение предмета. Найти поперечный размер предмета, если при одном положении линзы размер изображения $h'=2{,}0$ *мм*, а при другом $h''=4{,}5$ *мм*.

4.25. Тонкая собирающая линза с относительным отверстием $D:f=1:3{,}5$ (D — диаметр линзы, f — ее фокусное расстояние) дает изображение достаточно удаленного предмета на фотопластинке. Яркость предмета $B=260$ *нт*. Потери света в линзе составляют $\alpha=0{,}10$. Найти освещенность изображения.

4.26. Как зависит от диаметра D тонкой собирающей линзы яркость действительного изображения, если его рассматривать а) непосредственно, б) на белом экране, рассеивающем по закону Ламберта?

4.27. Имеются две тонкие симметричные линзы: одна собирающая с показателем преломления $n_1=1{,}70$, другая рассеивающая с $n_2=1{,}51$. Обе линзы имеют одинаковый радиус кривизны поверхностей $R=10$ *см*. Линзы сложили вплотную и погрузили в воду. Каково фокусное расстояние этой системы в воде?

4.28. Определить фокусное расстояние вогнутого сферического зеркала, которое представляет собой тонкую симметричную двояковыпуклую стеклянную линзу с посеребренной одной поверхностью. Радиус кривизны поверхности линзы $R=30$ *см*.

4.29. На рис. 64 показана центрированная система, состоящая из трех тонких линз. Система находится в воздухе. Определить:

а) положение точки схождения параллельного пучка, падающего слева, после прохождения через систему;

б) расстояние l от первой линзы до точки, находящейся на оси слева от системы, при котором эта точка и ее изображение будут расположены симметрично относительно системы.

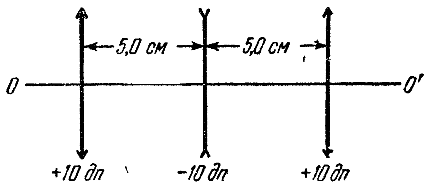

Рис. 64

4.30. Галилеева труба 10-кратного увеличения при установке на бесконечность имеет длину 45 *см*. Определить:

а) фокусные расстояния объектива и окуляра трубы;

б) на какое расстояние надо передвинуть окуляр трубы, чтобы ясно видеть предметы на расстоянии 50 *м*.

4.31. Зрительную трубу с увеличением $\Gamma = 15$ погрузили в воду, которая заполнила и ее внутреннюю часть. Чтобы система при тех же размерах стала опять телескопической, заменили объектив другим, но из того же сорта стекла ($n = 1{,}5$). Каково стало после этого увеличение трубы в воде?

4.32. Яркость удаленного объекта равна B. Найти яркость изображения этого объекта при наблюдении через зрительную трубу с увеличением Γ и объективом, диаметр которого D. Рассмотреть два случая: а) $\Gamma > D/d_0$ и б) $\Gamma < D/d_0$, где d_0 — диаметр зрачка глаза. Потерями света в трубе пренебречь.

4.33. Найти, при каком увеличении Γ зрительной трубы с диаметром объектива $D = 6{,}0$ *см* освещенность изображения объекта на сетчатке глаза будет не меньше, чем в отсутствие трубы. Диаметр зрачка глаза считать равным $d_0 = 3{,}0$ *мм*. Потерями света в трубе пренебречь.

4.34. Оптические силы объектива и окуляра микроскопа равны соответственно 100 и 20 *дп*. Увеличение микроскопа равно 50. Каково будет увеличение этого микроскопа, если расстояние между объективом и окуляром увеличить на 2,0 *см*?

4.35. Имеется микроскоп с числовой апертурой $A = \sin u = 0,12$. Полагая диаметр зрачка глаза $d_0 = 4,0$ *мм*, определить увеличение микроскопа, при котором:

а) диаметр светового пучка, выходящего из микроскопа, равен диаметру зрачка глаза;

б) освещенность изображения на сетчатке глаза не будет зависеть от увеличения (рассмотреть случай, когда световой пучок, проходящий через систему микроскоп — глаз, ограничен оправой объектива).

4.36. Найти положение главных плоскостей, фокусов и узловых точек двояковыпуклой тонкой симметричной стеклянной линзы с радиусом кривизны поверхностей $R = 7,50$ *см*, если с одной стороны ее находится воздух, с другой — вода.

4.37. Найти построением положение фокусов и главных плоскостей центрированных оптических систем, показанных на рис. 65:

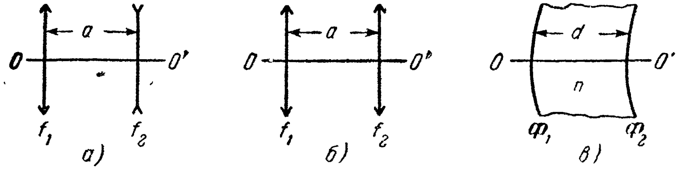

Рис. 65.

а) система из собирающей и рассеивающей тонких линз ($f_1 = 1,5\ a$, $f_2 = -1,5\ a$);

б) система из двух собирающих тонких линз ($f_1 = 1,5\,a$, $f_2 = 0,5\,a$);

в) толстая выпукло-вогнутая линза ($d = 4$ *см*, $n = 1,5$, $\Phi_1 = +50$ *дп*, $\Phi_2 = -50$ *дп*).

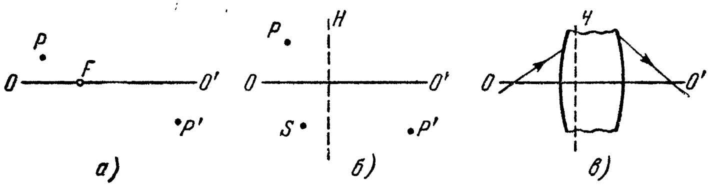

Рис. 66.

4.38. Оптическая система находится в воздухе. Пусть OO' — ее оптическая ось, F и F' — передний и задний

фокусы, H и H' — передняя и задняя главные плоскости, P и P' — сопряженные точки. Найти построением:

а) положение F' и H' (рис. 66, *а*);

б) положение точки S', сопряженной с точкой S (рис. 66, *б*);

в) положение F, F' и H' (рис. 66, *в*, где показан ход луча до и после прохождения системы).

4.39. Пусть F и F' — передний и задний фокусы оптической системы, H и H' — ее передняя и задняя главные точки. Найти построением положение изображения S' точки S для следующих относительных расположений точек S, F, F', H и H':

а) $FSHH'F'$; б) $HSF'FH'$; в) $H'SF'FH$; г) $F'H'SHF$.

4.40. Рассчитать положение главных плоскостей и фокусов:

а) центрированной оптической системы, состоящей из двух тонких линз: собирающей с фокусным расстоянием $f_1 = 5{,}0$ *см* и рассеивающей с $f_2 = -2{,}5$ *см*, если расстояние между линзами $d = 5{,}0$ *см*; линзы расположены в воздухе;

б) толстой выпукло-вогнутой стеклянной линзы, если радиус кривизны выпуклой поверхности $R_1 = 10{,}0$ *см*, вогнутой $R_2 = 5{,}0$ *см* и толщина линзы $d = 3{,}0$ *см*.

4.41. Оптическая система состоит из тонкой симметричной стеклянной линзы с радиусом кривизны поверхностей $R = 38$ *см* и плоского зеркала, расположенного перпендикулярно к оптической оси линзы. Расстояние между линзой и зеркалом $l = 12$ *см*. Какова будет оптическая сила этой системы, если пространство между линзой и зеркалом заполнить водой?

4.42. При какой толщине выпукло-вогнутая толстая стеклянная линза будет:

а) телескопической, если радиус кривизны ее выпуклой поверхности больше, чем радиус кривизны вогнутой поверхности, на $\Delta R = 1{,}5$ *см*?

б) иметь оптическую силу, равную $-1{,}0$ *дп*, если радиусы кривизны ее выпуклой и вогнутой поверхностей равны соответственно 10,0 и 7,5 *см*?

4.43. Найти положение главных плоскостей, фокусное расстояние и знак оптической силы выпукло-вогнутой толстой стеклянной линзы, у которой:

а) толщина равна d, а радиусы кривизны поверхностей одинаковы и равны R;

б) преломляющие поверхности концентрические с радиусами кривизны R_1 и R_2 ($R_2>R_1$).

4.44. Телескопическая система образована из двух стеклянных шаров, радиусы которых $R_1=5,0$ *см* и $R_2=1,0$ *см*. Каковы расстояние между центрами этих шаров и увеличение системы, если объективом является больший шар?

4.45. Две одинаковые симметричные двояковыпуклые толстые линзы сложены вплотную. Толщина каждой линзы d равна радиусу кривизны ее поверхностей, $d=R=3,0$ *см*. Найти оптическую силу этой системы в воздухе.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

4.46. Показать, что интенсивность I результирующего колебания, которое возникает при сложении двух колебаний с интенсивностями I_1 и I_2, равна их сумме ($I=I_1+I_2$), если:

а) оба колебания имеют одинаковое направление, но некогерентны, причем все значения их разности фаз равновероятны;

б) оба колебания взаимно перпендикулярны, имеют одну и ту же частоту и произвольную разность фаз.

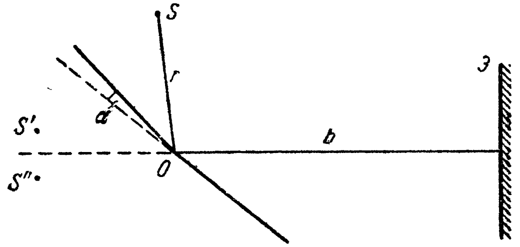

Рис. 67.

4.47. На рис. 67 показана интерференционная схема с бизеркалами Френеля. Угол между зеркалами $\alpha=12'$, расстояния от линии пересечения зеркал до узкой щели S и экрана $Э$ равны соответственно $r=10$ *см* и $b=130$ *см*. Длина волны света $\lambda=0,55$ *мк*. Определить:

а) ширину интерференционной полосы на экране и число полос;

б) сдвиг интерференционной картины на экране при смещении щели S на $\delta s = 1{,}0$ *мм* по дуге радиуса r с центром в точке O. При какой максимальной ширине щели δ_{max} интерференционные полосы на экране будут наблюдаться еще достаточно отчетливо?

4.48. Линзу диаметром 5,0 *см* и с фокусным расстоянием $f=25$ *см* разрезали на две одинаковые половины, причем удаленным оказался слой толщины $a=1{,}0$ *мм*. После этого обе половины сдвинули до соприкосновения и в фокальной плоскости полученной таким образом билинзы поместили узкую щель, испускающую монохроматический свет с $\lambda=0{,}60$ *мк*. За билинзой расположили экран на расстоянии $b=50$ *см* от нее. Определить:

а) ширину интерференционной полосы на экране, а также число полос;

б) максимальную ширину щели δ_{max}, при которой интерференционные полосы будут наблюдаться достаточно отчетливо.

4.49. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана равны соответственно $a=25$ *см* и $b=100$ *см*. Бипризма стеклянная с преломляющим углом $\vartheta=20'$. Найти длину волны света, если ширина интерференционных полос на экране $\Delta x=0{,}55$ *мм*.

4.50. На рис. 68 показана схема интерферометра, служащего для измерения показателей преломления

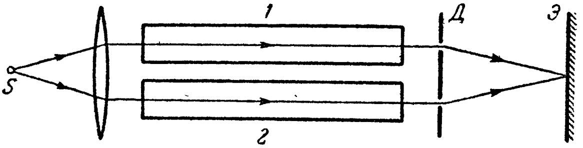

Рис. 68.

прозрачных веществ. Здесь S — узкая щель, освещаемая монохроматическим светом $\lambda=0{,}589$ *мк*, *1* и *2* — две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $l=10{,}0$ *см*, *Д* — диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке *1* заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране *Э* сместилась вверх на $N=17$ полос. Показатель преломления воздуха $n=1{,}000277$. Определить показатель преломления аммиака.

4.51. На тонкую пленку ($n=1{,}33$) падает параллельный пучок белого света. Угол падения $i_1=52°$. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в желтый цвет ($\lambda=0{,}60$ *мк*)?

4.52. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла покрывают стекло тонким слоем вещества с показателем преломления $n' \approx \sqrt{n}$, где n — показатель преломления стекла. В этом случае амплитуды световых колебаний, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковыми. При какой толщине этого слоя отражательная способность стекла в направлении нормали будет равна нулю для света с длиной волны $\lambda=600$ *ммк*?

4.53. Рассеянный монохроматический свет с $\lambda=0{,}60$ *мк* падает на тонкую пленку вещества с показателем преломления $n=1{,}5$. Определить толщину пленки, если угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемыми в отраженном свете под углами с нормалью, близкими к $i=45°$, равно $\delta i=3{,}0°$.

4.54. Свет с длиной волны $\lambda=0{,}55$ *мк* падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, причем расстояние между соседними темными полосами $\Delta x=0{,}21$ *мм*.

а) Определить угол между гранями клина.

б) Оценить степень монохроматичности света ($\Delta\lambda/\lambda$), если исчезновение интерференционных полос наблюдается на расстоянии $l \approx 1{,}5$ *см* от вершины клина.

4.55. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R=12{,}5$ *см* прижата к стеклянной пластинке. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1=1{,}0$ *мм* и $d_2=1{,}5$ *мм*. Определить длину волны света.

4.56. Две плоско-выпуклые тонкие стеклянные линзы соприкасаются своими сферическими поверхностями. Найти оптическую силу такой системы, если в отраженном свете с $\lambda=0{,}60$ *мк* диаметр пятого светлого кольца $d=1{,}5$ *мм*.

4.57. Две соприкасающиеся тонкие симметричные стеклянные линзы — одна двояковыпуклая, другая двояковогнутая — образуют систему с оптической силой

$\Phi=0{,}50$ *дп*. В свете с $\lambda=0{,}61$ *мк*, отраженном от этой системы, наблюдают кольца Ньютона.

а) Определить радиус десятого темного кольца.

б) Как изменится радиус этого кольца, если пространство между линзами заполнить водой?

4.58. Сферическая поверхность плоско-выпуклой линзы соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно $n_1=1{,}50$, $n_2=1{,}63$ и $n_3=1{,}70$. Радиус кривизны сферической поверхности линзы $R=100$ *см*. Определить радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете с $\lambda=0{,}50$ *мк*.

4.59. Точечный источник света с $\lambda=0{,}50$ *мк* расположен на расстоянии $a=1{,}0$ *м* перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом $r=1{,}0$ *мм*. Найти расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля в отверстии $m=3$.

4.60. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого r можно менять в процессе опыта. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно $a=100$ *см* и $b=125$ *см*. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при $r_1=1{,}00$ *мм* и следующий максимум при $r_2=1{,}29$ *мм*.

4.61. На пути монохроматического светового потока с интенсивностью I_0 поместили экран и перед ним диафрагму с круглым отверстием. Какова будет интенсивность света в центре экрана (напротив центра отверстия), если:

а) отверстие сделать равным первой зоне Френеля? первой половине первой зоны?

б) отверстие сделать равным первой зоне Френеля и затем закрыть его верхнюю половину?

в) диафрагму с отверстием заменить круглым диском, который закроет только первую зону Френеля?

4.62. Из середины достаточно большой пластинки, покрытой с одной стороны тонким слоем прозрачного лака, удалили лак, так что в нем образовалось круглое отверстие, соответствующее первым полутора зонам Френеля. При какой толщине слоя лака освещенность в центре дифракционной картины будет максимальной для

света с $\lambda=0{,}60$ *мк*? Показатель преломления лака $n=1{,}50$.

4.63. На пути плоской световой волны с $\lambda=0{,}54$ *мк* поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f=50$ *см*, непосредственно за ней — диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии $b=75$ *см* от диафрагмы — экран. При каких радиусах отверстия диафрагмы центр дифракционной картины на экране будет иметь максимальную освещенность?

4.64. Точечный источник монохроматического света расположен перед зонной пластинкой на расстоянии $a=1{,}5$ *м*. Его изображение образуется на расстоянии $b=1{,}0$ *м* от пластинки. Определить фокусное расстояние зонной пластинки.

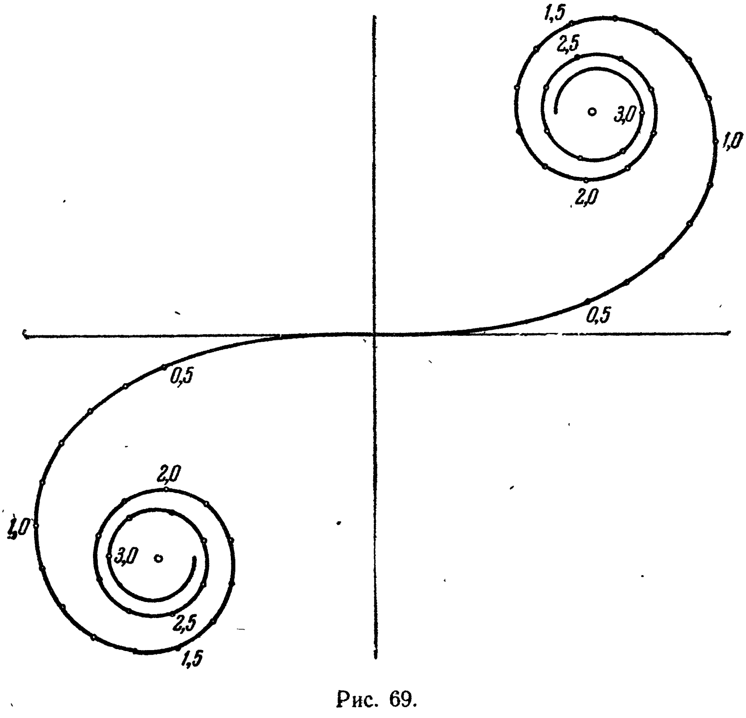

Рис. 69.

4.65. Числа, отложенные на спирали Корню (рис. 69), определяют значения параметра $v=x\sqrt{2/b\lambda}$, где x — рас-

стояние от края геометрической тени, b — расстояние от экрана до поверхности, на которой наблюдается дифракционная картина, λ — длина волны. Определить с помощью спирали Корню для случая $b=100$ *см* и $\lambda=0{,}50$ *мк*:

а) положения первых двух максимумов и минимума, расположенного между ними, при дифракции от края полуплоскости, а также отношение интенсивности первого максимума к интенсивности соседнего минимума;

б) ширину щели d, при которой в центре дифракционной картины наблюдается наиболее интенсивный максимум, и отношение интенсивности этого максимума к интенсивности на краях геометрической тени.

4.66. Найти угловое положение первых минимумов, которые расположены по обе стороны центрального максимума, при дифракции Фраунгофера от щели шириной $b=10$ *мк*, если угол падения света $\vartheta=30°$ и длина волны $\lambda=0{,}50$ *мк*.

4.67. Найти угловое распределение интенсивности света при фраунгоферовой дифракции от щели шириной b, если свет имеет длину волны λ и падает на щель нормально. Из полученного выражения найти условие, определяющее угловое положение минимумов.

4.68. Монохроматический свет падает на отражательную дифракционную решетку с периодом $d=1{,}0$ *мм* под углом скольжения $\vartheta_0=1{,}0°$. Под углом скольжения $\vartheta=3{,}0°$ образуется максимум второго порядка. Определить длину волны света.

4.69. Изобразить примерную дифракционную картину, возникающую при дифракции Фраунгофера от решетки, состоящей из трех щелей, если отношение периода решетки к ширине щели равно а) двум, б) трем.

4.70. На дифракционную решетку падает нормально свет. При этом угол дифракции для линии $\lambda_1=0{,}65$ *мк* во втором порядке равен $\vartheta_1=45°$. Определить угол дифракции линии $\lambda_2=0{,}50$ *мк* в третьем порядке.

4.71. При нормальном падении света на дифракционную решетку обнаружено, что под углом дифракции 35° совпадают максимумы линий с длинами волн 0,63 и 0,42 *мк*, причем максимальный порядок для второй линии в спектре этой решетки равен пяти. Определить период решетки.

4.72. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на решетку с периодом $d=2{,}2$ *мк*, если угол между максимумами первого и второго порядков $\Delta\vartheta=15°$.

4.73. На дифракционную решетку с периодом 1,50 *мк* падает свет с длиной волны 0,510 *мк*. Угол падения 60,0°. Определить угол с нормалью к решетке, под которым образуется максимум наибольшего порядка.

4.74. Монохроматический свет с $\lambda=0{,}60$ *мк* падает на решетку под углом $\vartheta_0=30°$ к нормали; период решетки $d=1{,}5$ *мк*. Найти угловую дисперсию (в *угл.град/ммк*) для угла дифракции, соответствующего максимуму третьего порядка.

4.75. Монохроматический свет с $\lambda=589$ *ммк* падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d=2{,}5$ *мк*, содержащую $N=10^4$ штрихов. Определить угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.

4.76. Дифракционная решетка ширины $l=2{,}5$ *см* имеет $N_0=400$ *штрихов/мм*. Определить:

а) ее разрешающую способность для спектра третьего порядка;

б) наименьшую разность длин волн $\delta\lambda$ двух спектральных линий одинаковой интенсивности вблизи $\lambda=0{,}56$ *мк*, которые можно разрешить этой решеткой в максимальном порядке спектра, если свет падает на решетку нормально.

4.77. При каком минимальном числе штрихов решетки с периодом 2,5 *мк* можно разрешить компоненты дублета желтой линии натрия (5890 и 5896 Å)?

4.78. Имеется зрительная труба с диаметром объектива $D=5{,}0$ *см*. Определить:

а) разрешающую способность объектива трубы и минимальное расстояние между двумя точками, находящимися на расстоянии $l=3{,}0$ *км* от трубы, которое может разрешить эта труба; длину волны считать равной $\lambda=0{,}55$ *мк*;

б) минимальное увеличение этой трубы, при котором разрешающая способность ее будет полностью использована, если диаметр зрачка глаза $d_0=4{,}0$ *мм*.

4.79. Имеется микроскоп с числовой апертурой объектива $\sin u=0{,}24$. Определить:

а) минимальное разрешаемое расстояние для этого микроскопа при оптимальном освещении объекта светом $\lambda=0{,}55$ *мк*;

б) минимальное увеличение микроскопа, необходимое для полного использования разрешающей способности его объектива при диаметре зрачка глаза $d_0=4{,}0$ *мм*.

4.80. Пучок рентгеновских лучей падает на трехмерную прямоугольную решетку, периоды которой a, b и c. Направление падающего пучка совпадает с направлением, вдоль которого период решетки равен a. Найти направления на дифракционные максимумы и длины волн, при которых эти максимумы будут наблюдаться.

4.81. Узкий пучок рентгеновских лучей падает под углом скольжения 60,0° на естественную грань монокристалла NaCl, плотность которого 2,16 *г/см*³. При зеркальном отражении от этой грани образуется максимум второго порядка. Определить длину волны излучения.

4.82. Пучок рентгеновских лучей с $\lambda=1{,}74$ Å падает на поверхность монокристалла, поворачивающегося вокруг оси, которая параллельна его поверхности и перпендикулярна к направлению падающего пучка. При этом направления на максимумы второго и третьего порядков от системы плоскостей, параллельных поверхности монокристалла, образуют между собой угол $\alpha=60°$. Найти соответствующее межплоскостное расстояние.

4.83. При прохождении пучка рентгеновских лучей с $\lambda=1{,}54$ Å через поликристаллический образец на экране, расположенном на расстоянии $l=15$ *см* от образца, образуется система дифракционных колец. Определить радиус светлого кольца, соответствующего второму порядку отражения от системы плоскостей с межплоскостным расстоянием $d=1{,}55$ Å.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

4.84. Показать с помощью формул Френеля*), что отраженный от поверхности диэлектрика свет будет

---

*) *Формулы Френеля.* Интенсивность света, отраженного от границы раздела двух диэлектриков, равна

$$I'_\perp=I_\perp\frac{\sin^2(i_1-i_2)}{\sin^2(i_1+i_2)};\qquad I'_\parallel=I_\parallel\frac{\operatorname{tg}^2(i_1-i_2)}{\operatorname{tg}^2(i_1+i_2)},$$

где $I_\perp$ и $I_\parallel$ — интенсивности падающего света, у которого колеба-

полностью поляризован, если угол падения i_1 удовлетворяет условию $\operatorname{tg} i_1 = n$, где n — показатель преломления диэлектрика. Каков будет при этом угол между отраженным и преломленным лучами?

4.85. Естественный свет падает под углом Брюстера на поверхность стекла. Определить с помощью формул Френеля:

а) коэффициент отражения ρ;

б) степень поляризации*) преломленных лучей.

4.86. На плоскопараллельную стеклянную пластинку (рис. 70) падает под углом Брюстера узкий пучок света интенсивности I_0. Определить с помощью формул Френеля:

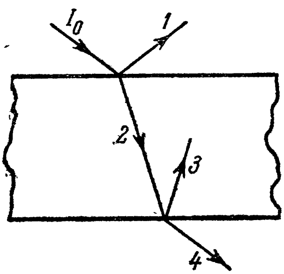

Рис. 70.

а) интенсивность прошедшего пучка (I_4), если падающий свет линейно поляризован, причем плоскость поляризации его совпадает с плоскостью падения;

б) степень поляризации прошедшего через пластинку пучка, если падающий свет — естественный.

4.87. Определить с помощью формул Френеля:

а) коэффициент отражения естественного света при нормальном падении на поверхность стекла;

б) потери света за счет отражений (в процентах к падающему пучку) при прохождении параксиального пучка естественного света через центрированную оптическую систему, состоящую из пяти стеклянных линз (вторичными отражениями света пренебречь).

4.88. Построить по Гюйгенсу волновые фронты и направления распространения обыкновенного и необыкно-

---

ния светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения; i_1 и i_2 — углы падения и преломления.

*) *Степень поляризации* света:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

где I_{max} и I_{min} — максимальная и минимальная интенсивности света, которые соответствуют двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в пучке.

венного лучей в положительном одноосном кристалле, если его оптическая ось:

а) перпендикулярна к плоскости падения и параллельна поверхности кристалла;

б) лежит в плоскости падения и параллельна поверхности кристалла;

в) лежит в плоскости падения под углом 45° к поверхности кристалла и свет падает перпендикулярно к оптической оси.

4.89. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем главное направление среднего поляроида составляет угол $\alpha=60°$ с главными направлениями двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет $\tau=0{,}81$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы?

4.90. Степень поляризации частично поляризованного света $P=0{,}25$. Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

4.91. На пути частично поляризованного пучка света поместили николь. При повороте николя на угол $\alpha=60°$ из положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $\eta=3{,}0$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

4.92. На пути естественного пучка света поместили последовательно два одинаковых поляризационных приспособления. Оказалось, что при параллельных плоскостях поляризации эта система пропускает в $\eta=10{,}0$ раз больше света, чем при скрещенных плоскостях. Определить степень поляризации света, которую создает:

а) каждое приспособление в отдельности;

б) вся система при параллельных плоскостях поляризации.

4.93. Два параллельных одинаковых по интенсивности линейно поляризованных пучка, плоскости поляризации которых N_1 и N_2 повернуты друг относительно друга на некоторый малый угол α (рис. 71), падают на николь. Для уравнивания интенсивностей обоих пучков за николем его главное направление N должно быть

установлено по биссектрисе I или II. Определить значение угла α, при котором поворот николя из положения I на малый угол $\delta\varphi$ ($\delta\varphi \ll \alpha$) приводит к относительному изменению интенсивностей обоих пучков ($\Delta I/I$) на величину в $\eta = 100$ раз бо́льшую, чем при повороте на тот же угол из положения II.

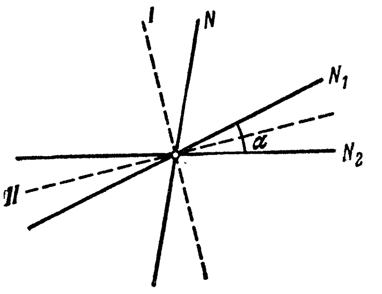

Рис. 71.

4.94. Требуется изготовить параллельную оптической оси кварцевую пластинку, толщина которой не превышала бы 0,50 *мм*. Найти максимальную толщину этой пластинки, при которой линейно поляризованный свет с длиной волны $\lambda = 589$ *ммк* после прохождения ее:

а) испытывает лишь поворот плоскости поляризации;

б) станет поляризованным по кругу.

4.95. Кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину 0,25 *мм* и служит пластинкой в четверть волны для $\lambda = 530$ *ммк*. Для каких длин волн в области видимого спектра она будет также пластинкой в четверть волны? Считать, что для всех длин волн видимого спектра разность показателей преломления обыкновенных и необыкновенных лучей одинакова и равна $n_e - n_o = 0{,}0090$.

4.96. Кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями так, что ее оптическая ось составляет угол 45° с главными направлениями николей. При какой минимальной толщине пластинки свет с $\lambda_1 = 643$ *ммк* будет проходить через эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с $\lambda_2 = 564$ *ммк* будет сильно ослаблен? Разность показателей преломления для обеих длин волн одинакова и равна $n_e - n_o = 0{,}0090$.

4.97. Между двумя скрещенными поляроидами поместили кварцевый клин с преломляющим углом $\vartheta = 3{,}5°$. Оптическая ось клина параллельна его острому углу и составляет угол 45° с главными направлениями поляроидов. При прохождении через эту систему света с $\lambda = 0{,}55$ *мк* наблюдается система интерференционных по-

лос. Ширина каждой полосы $\Delta x = 1,0$ *мм*. Определить разность показателей преломления кварца для необыкновенного и обыкновенного лучей указанной длины волны.

4.98. Естественный монохроматический свет падает на систему из двух поляроидов, между которыми находится кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси. Известно, что пластинка вносит разность фаз δ между обыкновенным и необыкновенным лучами. Показать, что интенсивность света I, прошедшего через эту систему,

$$I = I_0 \left[\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}\right],$$

где I_0 — интенсивность падающего света, α и β — углы между оптической осью кристалла и главными направлениями поляроидов. Рассмотреть, в частности, случаи скрещенных и параллельных поляроидов.

4.99. Как с помощью поляроида и пластинки в четверть волны, изготовленной из положительного одноосного кристалла $(n_e > n_o)$, отличить:

а) свет левополяризованный по кругу от правополяризованного?

б) естественный свет от поляризованного по кругу, от эллиптически поляризованного и от смеси естественного света с поляризованным по кругу?

4.100. Монохроматический свет с длиной волны 589 *ммк* проходит через два поляроида P_1 и P_2 (рис. 72), между которыми расположен тонкий кварцевый клин K с преломляющим углом $\vartheta = 3°20'$. Направление оптической оси клина показано штриховкой. В прошедшем свете наблюдают систему светлых и темных полос; ширина полосы $\Delta x = 2,50$ *мм*. Определить постоянную вращения кварца.

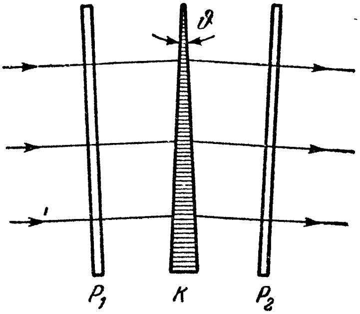

Рис. 72.

4.101. Свет проходит через систему из двух скрещенных поляроидов, между которыми расположена кварцевая

пластинка вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Определить минимальную толщину пластинки, при которой свет с длиной волны 436 *ммк* будет полностью задерживаться этой системой, а свет с длиной волны 497 *ммк* — пропускаться наполовину, если постоянная вращения кварца для этих длин волны равна соответственно 41,5 и 31,1 *угл. град/мм*.

4.102. Линейно поляризованный свет с длиной волны 589 *ммк* проходит вдоль оси цилиндрического стеклянного сосуда, заполненного слегка замутненным раствором сахара с концентрацией $c=50$ *г/л*. При наблюдении сбоку видна система винтообразных полос, причем расстояние между соседними темными полосами вдоль оси $\Delta x=9{,}5$ *см*. Объяснить возникновение полос и определить постоянную вращения раствора.

4.103. Ячейку Керра поместили между двумя скрещенными николями, так что направление электрического поля **E** в конденсаторе образует угол 45° с главными направлениями николей. Конденсатор имеет длину $l=10$ *см* и заполнен нитробензолом. Через систему проходит свет с $\lambda=0{,}50$ *мк*. Имея в виду, что в данном случае постоянная Керра $B=2{,}2\cdot 10^{-10}$ *см/в²* $(n_e-n_o=B\lambda E^2)$, определить:

а) минимальную напряженность электрического поля E в конденсаторе, при которой интенсивность света, прошедшего через эту ячейку, будет оставаться постоянной при вращении заднего николя;

б) число прерываний света в 1 *сек*, если на конденсатор подано переменное напряжение с частотой $\nu=1{,}0\cdot 10^7$ *гц* и амплитудным значением напряженности $E_0=50$ *кв/см*.

4.104. Некоторое вещество помещено в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляроидами. Длина трубки с веществом $l=30$ *см*. Определить:

а) постоянную Верде, если при напряженности магнитного поля $H=710$ *э* угол поворота плоскости поляризации $\varphi_1=+5°\,10'$ для одного направления поля и $\varphi_2=-3°20'$ для противоположного направления поля;

б) угол между главными направлениями поляроидов и минимальную напряженность магнитного поля, при

которых свет сможет проходить через эту систему только в одном направлении (оптический вентиль), если веществом является сероуглерод с постоянной Верде $\rho = 0{,}043$ *угл.мин/э·см.*

ДИСПЕРСИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

4.105. Свободный электрон находится в поле монохроматического светового потока. Интенсивность потока $I = 150$ *вт/м²*, частота света $\omega = 3{,}4 \cdot 10^{15}$ *рад/сек.* Найти:

а) амплитуду колебаний электрона и амплитуду его скорости;

б) отношение f_m/f_e, где f_m и f_e — амплитудные значения сил, действующих на электрон со стороны магнитной и электрической составляющих поля световой волны. Показать также, что $\frac{f_m}{f_e} = \frac{v}{2c}$, где v — амплитуда скорости электрона, c — скорость света.

Указание. В уравнении движения электрона можно не учитывать действие магнитной составляющей поля (как будет видно из расчета, оно пренебрежимо мало).

4.106. Электромагнитная волна с частотой ω распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна n_0. Пренебрегая взаимодействием волны с ионами плазмы, получить формулу, определяющую зависимость:

а) диэлектрической проницаемости плазмы от частоты, $\varepsilon(\omega)$;

б) фазовой скорости в плазме от длины волны, $v(\lambda)$.

4.107. Имея в виду, что для достаточно жестких рентгеновских лучей электроны вещества можно считать свободными, определить, на сколько отличается от единицы показатель преломления графита для рентгеновских лучей с длиной волны в вакууме $\lambda = 0{,}50$ Å.

4.108. Монохроматический свет интенсивности $I = 3{,}0$ *квт/м²* проходит через разреженный газ, состоящий из атомов натрия. Пренебрегая затуханием, найти амплитуду вынужденных колебаний валентных электронов, если частота падающего света отличается на 0,10% от собственной частоты колебаний электронов, равной $\omega_0 = 3{,}2 \cdot 10^{15}$ *рад/сек.*

4.109. В ряде случаев диэлектрическая проницаемость вещества оказывается величиной комплексной или отрицательной и показатель преломления — соответственно

комплексным $(n'=n+i\varkappa)$ или чисто мнимым $(n'=i\varkappa)$. Написать для этих случаев уравнение плоской волны и выяснить физический смысл таких показателей преломления.

4.110. В опыте Физо расстояние между зубчатым колесом и зеркалом $l=7{,}0$ *км*, число зубцов $z=720$. Два последовательных исчезновения света наблюдались при скоростях вращения колеса $\nu_1=283$ и $\nu_2=313$ *об/сек*. Определить скорость света.

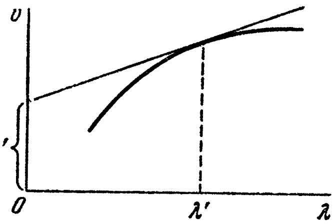

Рис. 73.

4.111. Исходя из определения групповой скорости $\left(u=\frac{d\omega}{dk}\right)$, показать, что $u=v-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$, где v — фазовая скорость, λ — длина волны. Показать также, что u вблизи $\lambda=\lambda'$ равна отрезку v', отсекаемому касательной к кривой зависимости $v(\lambda)$ в точке λ' (рис. 73).

4.112. Найти зависимость между групповой скоростью u и фазовой v для следующих законов дисперсии:

$$\text{а) } v=\frac{a}{\sqrt{\lambda}}; \quad \text{б) } v=bk; \quad \text{в) } v=\frac{c}{\omega^2}.$$

Здесь a, b и c — некоторые постоянные; λ, k и ω — длина волны, волновое число и частота.

4.113. Показатель преломления сероуглерода для света с длинами волн 509; 534 и 589 *ммк* равен соответственно 1,647; 1,640 и 1,630. Вычислить фазовую и групповую скорости света вблизи $\lambda=534$ *ммк*.

4.114. Монохроматический пучок проходит через стопу из $N=5$ одинаковых плоскопараллельных стеклянных пластинок. Коэффициент отражения на каждой поверхности $\rho=0{,}050$, толщина каждой пластинки $l=0{,}50$ *см*. Отношение интенсивности света, прошедшего через эту стопу пластинок, к интенсивности падающего света $\eta=0{,}55$. Пренебрегая вторичными отражениями света, определить коэффициент поглощения данного стекла.

4.115. Монохроматический пучок света падает нормально на поверхность плоскопараллельной пластины толщиной l. Коэффициент поглощения вещества пла-

стины линейно изменяется вдоль нормали к ее поверхности от значения $\varkappa_1$ до $\varkappa_2$. Коэффициент отражения от каждой поверхности равен ρ. Пренебрегая вторичными отражениями, определить коэффициент пропускания такой пластины.

4.116. Пучок света интенсивности I_0 падает нормально на плоскопараллельную прозрачную пластинку, толщина которой l. Пучок содержит все длины волн в диапазоне от λ_1 до λ_2 одинаковой спектральной интенсивности. Определить интенсивность прошедшего через пластинку пучка, если в этом диапазоне длин волн коэффициент поглощения линейно зависит от λ в пределах от $\varkappa_1$ до $\varkappa_2$ и коэффициент отражения каждой поверхности равен ρ. Вторичными отражениями пренебречь.

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

4.117. Частица движется под углом $\vartheta=45°$ к оси x системы отсчета K. Под каким углом к оси x' движется эта частица в системе отсчета K', которая перемещается относительно системы K со скоростью $V=\frac{1}{2}c$ в положительном направлении оси x? Оси x и x' совпадают.

4.118. Две частицы с одинаковыми скоростями $v=\frac{3}{4}c$ движутся по одной прямой и попадают в мишень. Одна из частиц попала в мишень позже другой на время $\tau=10^{-8}$ *сек*. Найти расстояние между частицами в полете в системе отсчета, связанной с ними.

4.119. В двух точках системы K произошли два события, разделенных промежутком времени Δt. Показать, что если эти события причинно связаны в системе K (например, выстрел и попадание пули в мишень), то они будут причинно связанными и в любой другой инерциальной системе K'.

4.120. Убедиться в том, что интервал Δs есть инвариант, т. е. не меняется при переходе от одной инерциальной системы к другой.

4.121. В K'-системе в некоторой точке произошли два события через промежуток времени Δt_0. Воспользовавшись инвариантностью интервала Δs, найти промежуток времени Δt между этими событиями в K-системе, относительно которой K'-система движется со скоростью V.

4.122. Мю-мезон, движущийся со скоростью $v = 0{,}99\ c$, пролетел от места своего рождения до точки распада расстояние $l = 3{,}0$ *км*. Определить:

а) собственное время жизни этого мезона;

б) расстояние, которое пролетел мезон с «его точки зрения».

4.123. Показать, что четырехмерный элемент объема $dx\,dy\,dz\,dt$ инвариантен относительно преобразований Лоренца.

4.124. Имеются две пары часов, одна из которых A', B' движется относительно другой A, B со скоростью v, как показано на рис. 74. Часы A и B установили друг от друга на расстоянии N метров по линейке, неподвижно связанной с ними, и синхронизировали. Аналогично поступили и с часами A', B' в их системе отсчета. Пусть момент, когда часы B' и A оказались напротив друг друга, взят за начало отсчета времени. Определить:

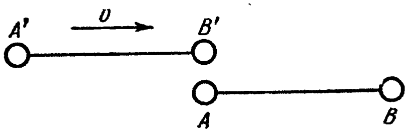

Рис. 74.

а) показания часов B' и B, когда они окажутся напротив друг друга (с точки зрения наблюдателя, связанного с часами B);

б) то же для часов A' и A (с точки зрения наблюдателя, связанного с часами A).

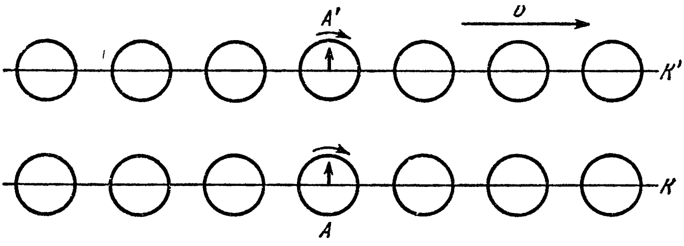

Рис. 75.

4.125. Имеются две группы синхронизированных часов, движущихся одна относительно другой со скоростью v, как показано на рис. 75. Возьмем за начало отсчета времени момент, когда часы A' окажутся напро-

тив часов A. Какую картину (расположение стрелок всех часов) в этот момент увидят наблюдатели, неподвижно связанные с часами группы K? K'?

4.126. Имея в виду, что фаза волны $\omega t - kx$ есть инвариант, т. е. не меняется при переходе от одной инерциальной системы к другой, определить, как преобразуются входящие в нее частота ω и волновое число k. Рассмотреть одномерный случай.

4.127. Одна из спектральных линий, испускаемых возбужденными ионами He^{+}, имеет длину волны $\lambda = 0{,}410$ *мк*. Найти допплеровское смещение этой линии $\Delta\lambda$, если ее наблюдать под углом $\vartheta = 30°$ к пучку движущихся ионов с кинетической энергией $T = 10$ *Мэв*.

4.128. Эффект Допплера позволил открыть двойные звезды столь удаленные, что разрешение их посредством телескопа оказалось невозможным. Спектральные линии таких звезд периодически становятся двойными, из чего можно предположить, что источником являются две звезды, обращающиеся вокруг их центра масс. Считая массы обеих звезд одинаковыми, найти расстояние между ними и их массы, если максимальное расщепление спектральных линий, $(\Delta\lambda/\lambda)_{max} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$, возникает через каждые $\tau = 30$ дней.

4.129. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda = 50{,}0$ *см*. Определить скорость приближающегося самолета, если частота биений между сигналом передатчика и сигналом, отраженным от самолета, в месте расположения локатора равна $\Delta\nu = 1{,}00$ *кгц*.

4.130. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если известно, что линия водорода $\lambda = 4340$ Å в ее спектре смещена в красную сторону на 130 Å?

4.131. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda = 6563$ Å. Найти допплеровское смещение этой линии $\Delta\lambda$, если ее наблюдать под прямым углом к пучку атомов водорода с кинетической энергией $T = 1{,}0$ *Мэв* (поперечный допплер-эффект).

4.132. В K-системе в плоскости x, y движется частица, компоненты скорости которой v_x и v_y. Определить соответствующие компоненты скорости v'_x и v'_y в системе K', которая движется со скоростью V относительно системы K в положительном направлении ее оси x. Оси x и x' совпадают, оси y и y' параллельны друг другу.

4.133. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1=0{,}50\,c$ и $v_2=0{,}75\,c$. Найти их относительную скорость.

4.134. Два фотона движутся в одном направлении. Какова их относительная скорость?

4.135. Получить формулу преобразования ускорения при переходе от K- к K'-системе, если последняя движется со скоростью V относительно K-системы в положительном направлении оси x. Рассмотреть одномерный случай.

4.136. Воображаемая космическая ракета начинает двигаться с ускорением $w'=10\,g$, постоянным в инерциальной системе отсчета, связанной в каждый момент с ракетой. Разгон продолжается по земному времени $\tau=1{,}0$ год. Определить, на сколько процентов отличается скорость ракеты от скорости света в конце разгона и пройденный ею путь к этому моменту.

4.137. Используя данные предыдущей задачи, определить время разгона ракеты τ_0 в системе отсчета, связанной с самой ракетой. Иметь в виду, что это время определяется формулой

$$\tau_0=\int_0^\tau \sqrt{1-(v/c)^2}\,dt,$$

где dt — интервал времени в системе Земли.

4.138. Воспользовавшись формулами $\frac{d}{dt}(m\mathbf{v})=\mathbf{F}$ и $E=mc^2$, найти:

а) зависимость массы частицы от ее скорости, $m(v)$;

б) связь между полной энергией E и импульсом p.

4.139. Какую скорость необходимо сообщить телу, чтобы его плотность возросла на 10%?

4.140. Вычислить импульс протона в *Мэв/с*, где c — скорость света, если известно, что его кинетическая энергия $T=500$ *Мэв*.

4.141. Частица с массой покоя m_0 начинает в момент времени $t=0$ двигаться под действием постоянной силы F. Найти, как зависят от времени скорость частицы и пройденный ею путь.

4.142. Электрон начинает двигаться в однородном электрическом поле, напряженность которого $E=10$ *кв/см*.

Через сколько времени его кинетическая энергия T станет равной m_0c^2, где m_0 — масса покоя электрона?

4.143. Вычислить ускорение электрона, движущегося вдоль линий напряженности однородного электрического поля с $E=25$ *кв/см*, в тот момент, когда его кинетическая энергия $T=0{,}50\,m_0c^2$, где m_0 — масса покоя электрона.

4.144. Релятивистский электрон движется по круговой орбите радиуса $\rho=2{,}5$ *см* в однородном магнитном поле с напряженностью $H=0{,}55$ *кэ*. Определить скорость и ускорение электрона.

4.145. Показать для одномерного случая, что формулы преобразования для импульса и полной энергии при переходе от одной инерциальной системы к другой имеют следующий вид:

$$p'_x=\frac{p_x-E\dfrac{V}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}};\qquad E'=\frac{E-p_xV}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $\beta=V/c$, V — скорость системы K' относительно системы K.

4.146. Воспользовавшись формулами преобразования, приведенными в предыдущей задаче, показать, что величина $E^2-p^2c^2$ есть инвариант. Найти значение этого инварианта.

4.147. Нейтрон с кинетической энергией $T=2m_0c^2$, где m_0 — его масса покоя, налетает на другой, покоящийся нейтрон. Определить:

а) суммарную кинетическую энергию обоих нейтронов в системе их центра инерции и импульс каждого нейтрона в этой системе;

б) скорость центра инерции этой системы.

Указание. Воспользоваться инвариантностью выражения $E^2-p^2c^2$ при переходе от одной инерциальной системы к другой. Здесь E — полная энергия системы, p — ее суммарный импульс.

4.148. Частица с массой покоя m_0 и кинетической энергией T налетает на покоящуюся частицу с той же массой покоя. Найти массу покоя и скорость составной частицы, которая образовалась в результате соударения.

4.149. Какова должна быть кинетическая энергия протона, налетающего на другой, покоящийся протон,

чтобы их суммарная кинетическая энергия в системе центра инерции была такая же, как у двух протонов, движущихся навстречу друг другу с кинетическими энергиями $T=25{,}0$ *Гэв*?

КВАНТОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА

4.150. Имеются два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них $T_1=2500°$ К. Найти температуру другого источника, если длина волны, отвечающая максимуму его испускательной способности, на $\Delta\lambda=0{,}50$ *мк* больше длины волны, соответствующей максимуму испускательной способности первого источника.

4.151. Энергетическая светимость абсолютно черного тела равна 3,0 *вт/см*^{2}. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

4.152. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого максимум испускательной способности приходится на длину волны 0,48 *мк*. Найти массу, теряемую Солнцем в 1 *сек* за счет излучения. Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1%.

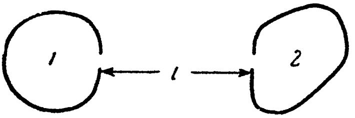

Рис. 76.

4.153. Имеются две полости (рис. 76) с малыми отверстиями одинаковых диаметров $d=1{,}0$ *см* и абсолютно отражающими наружными поверхностями. Расстояние между отверстиями $l=10$ *см*. В полости *1* поддерживается постоянная температура $T_1=1700°$ К. Вычислить установившуюся температуру в полости *2*.

4.154. Получить с помощью формулы Планка приближенные выражения для объемной спектральной плотности излучения (в шкале частот, u_ω):

а) в области, где $\hbar\omega \ll kT$ (формула Рэлея — Джинса);

б) в области, где $\hbar\omega \gg kT$ (формула Вина).

4.155. Преобразовать формулу Планка для объемной спектральной плотности излучения u_ω от независимой переменной ω к переменным ν (линейная частота) и λ (длина волны).

4.156. Найти с помощью формулы Планка плотность потока излучения единицы поверхности абсолютно чер-

ного тела, приходящегося на узкий интервал длин волн $\Delta\lambda = 10$ Å вблизи максимума спектральной плотности излучения, при температуре тела $T = 3000°$ K.

4.157. Найти с помощью формулы Планка выражения, определяющие число квантов в 1 *см*^{3} полости при температуре T в спектральных интервалах $(\omega, \omega + d\omega)$ и $(\lambda, \lambda + d\lambda)$.

4.158. Короткий импульс света с энергией $E = 7{,}5$ *дж* в виде узкого почти параллельного пучка падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}60$. Угол падения $i = 30°$. Определить с помощью корпускулярных представлений импульс, переданный пластинке.

4.159. Плоская световая волна интенсивностью $I = 0{,}2$ *вт/см*^{2} падает на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}8$. Угол падения $\vartheta = 45°$. Определить с помощью корпускулярных представлений величину нормального давления, которое оказывает свет на эту поверхность.

4.160. Плоская световая волна с интенсивностью $I = 0{,}70$ *вт/см*^{2} освещает шар с зеркальной поверхностью радиуса $R = 5{,}0$ *см*. Коэффициент отражения равен единице. Найти с помощью корпускулярных представлений силу, которую испытывает шар.

4.161. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta = 1{,}5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda = 0{,}26$ Å. Найти первоначальное напряжение на трубке.

4.162. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения, при котором еще наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием $d = 2{,}8$ Å, равен $\vartheta = 4{,}1°$. Каково напряжение на рентгеновской трубке?

4.163. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если известно, что скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, $v = 0{,}85\,c$, где c — скорость света.

4.164. Определить красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цинка светом с длиной волны 250 *ммк*.

4.165. До какого максимального потенциала зарядится удаленный от других тел медный шарик при облучении его светом с длиной волны 0,14 *мк*?

4.166. Имеется вакуумный фотоэлемент, один из электродов которого цезиевый, другой — медный. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, подлетающих к медному электроду, при освещении цезиевого электрода светом с длиной волны 0,22 *мк*, если оба электрода замкнуть снаружи накоротко.

4.167. Фототок, возникающий в цепи вакуумного фотоэлемента при освещении цинкового электрода светом с длиной волны 0,262 *мк*, прекращается, если подключить внешнее задерживающее напряжение 1,5 *в*. Найти величину и полярность внешней контактной разности потенциалов.

4.168. Показать с помощью законов сохранения энергии и импульса, что свободный электрон не может полностью поглотить фотон.

4.169. Объяснить следующие особенности комптоновского рассеяния света веществом:

а) независимость величины смещения ($\Delta\lambda$) от природы рассеивающего вещества;

б) увеличение интенсивности смещенной компоненты рассеянного света с уменьшением атомного номера вещества, а также с ростом угла рассеяния;

в) наличие несмещенной компоненты в рассеянном излучении.

4.170. Фотон с энергией $\hbar\omega = 250$ *кэв* рассеялся под углом $\vartheta = 120°$ на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона.

4.171. Определить длину волны рентгеновского излучения, если известно, что максимальная энергия комптоновских электронов отдачи $T_m = 0{,}19$ *Мэв*.

4.172. Фотон с энергией $\hbar\omega = 0{,}15$ *Мэв* испытал рассеяние на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны увеличилась на $\Delta\lambda = 0{,}015$ Å. Найти угол, под которым вылетел комптоновский электрон отдачи.

ЧАСТЬ 5

АТОМНАЯ ФИЗИКА

АТОМ РЕЗЕРФОРДА — БОРА

5.1. Вычислить согласно модели Томсона радиус атома водорода и длину волны испускаемого им света, если известно, что энергия ионизации атома $E=13,6$ *эв*.

5.2. Альфа-частица с кинетической энергией 0,27 *Мэв* рассеялась золотой фольгой на угол 60°. Найти соответствующее значение прицельного параметра.

5.3. На какое минимальное расстояние приблизится α-частица с кинетической энергией $T=0,40$ *Мэв*:

а) к покоящемуся ядру атома Pb при лобовом соударении?

б) к первоначально покоившемуся свободному ядру Li^7 при лобовом соударении?

в) к покоящемуся ядру атома Pb при рассеянии на угол $\vartheta=90°$?

5.4. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией 1,0 *Мэв* падает нормально на платиновую фольгу толщиной 1,0 *мк*. Наблюдение рассеянных частиц ведется под углом 60° к направлению падающего пучка при помощи счетчика с круглым входным отверстием площади 1,0 *см*^{2}, которое расположено на расстоянии 10 *см* от рассеивающего участка фольги. Определить, какая доля рассеянных α-частиц падает на отверстие счетчика.

5.5. Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией $T=0,50$ *Мэв* падает нормально на золотую фольгу толщиной $\rho d=1,5$ *мг/см*^{2}. Интенсивность пучка $I_0=5,0\cdot10^5$ *частиц/сек*. Найти число α-частиц, рассеянных фольгой за промежуток времени $\tau=30$ *мин* в интервалах углов: а) 59—61°; б) 60—180°.

5.6. Найти эффективное сечение ядра атома урана, соответствующее рассеянию α-частиц с кинетической

энергией $T=1,5$ *Мэв* в интервале углов от $\vartheta_1=60°$ до $\vartheta_2=180°$.

5.7. Эффективное сечение ядра атома золота, отвечающее рассеянию моноэнергетических α-частиц в интервале углов от 90 до 180°, равно $\Delta\sigma=5{,}0\cdot10^{-22}$ *см*^{2}. Определить:

а) энергию α-частиц;

б) дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma/d\Omega$ в *см*^{2}/*стер*, соответствующее углу $\vartheta=60°$.

5.8. Оценить время, в течение которого электрон, движущийся вокруг ядра атома водорода по орбите радиусом $r=0{,}5$ Å, упал бы на ядро, если бы в соответствии с классической электродинамикой терял на излучение энергию со скоростью $\frac{dE}{dt}=-\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\mathbf{r}}^2$, где $\ddot{\mathbf{r}}$ — ускорение электрона. Для простоты считать, что ускорение электрона все время совпадает с центростремительным.

5.9. Вычислить для атома водорода и иона He^+:

а) радиус первой боровской орбиты и скорость электрона на ней;

б) кинетическую энергию и энергию связи электрона в основном состоянии;

в) потенциал ионизации, первый потенциал возбуждения и длину волны резонансной линии ($n'=2\rightarrow n=1$).

5.10. Найти для водородоподобных систем магнитный момент μ, соответствующий движению электрона на n-й орбите, а также отношение магнитного момента к механическому (μ/M). Вычислить магнитный момент электрона, находящегося на первой боровской орбите.

5.11. Вычислить для атомарного водорода:

а) длины волн первых трех линий серии Бальмера;

б) минимальную разрешающую способность спектрального прибора ($\lambda/\delta\lambda$), при которой возможно разрешить первые 20 линий серии Бальмера.

5.12. Вычислить квантовое число n, соответствующее возбужденному состоянию иона He^+, если известно, что при переходе в основное состояние этот ион испустил два фотона с длинами волн 1085 и 304 Å.

5.13. Первоначально покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Определить скорость, которую приобрел атом.

5.14. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Этот фотон

вырвал фотоэлектрон из основного состояния покоящегося атома водорода. Определить скорость фотоэлектрона.

5.15. Найти с учетом движения ядра атома водорода выражения для энергии связи электрона в основном состоянии и для постоянной Ридберга. На сколько процентов отличаются энергия связи и постоянная Ридберга, полученные без учета движения ядра атома водорода, от соответствующих уточненных значений этих величин?

5.16. На сколько отличаются друг от друга для легкого (H) и тяжелого (D) водорода:

а) энергия связи в основном состоянии?

б) длина волны резонансной линии ($n'=2\to n=1$)?

5.17. Вычислить расстояние между частицами, энергию связи в основном состоянии, а также длину волны резонансной линии ($n'=2\to n=1$):

а) для мезоатома*) водорода, ядром которого является протон;

б) для позитрония**).

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ

5.18. Вычислить дебройлевские длины волн электрона, протона и атома урана, если известно, что их кинетические энергии равны 100 *эв*.

5.19. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 1,00 до 0,50 Å?

5.20. Нейтрон с кинетической энергией $T=25$ *эв* налетает на покоящийся дейтон (ядро тяжелого водорода). Найти дебройлевские длины волн обеих частиц в системе их центра инерции.

5.21. Вычислить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны молекул водорода, находящихся в термодинамическом равновесии при комнатной температуре.

5.22. Получить выражение для дебройлевской длины волны λ релятивистской частицы, движущейся с кинетической энергией T. При каких значениях T ошибка

---

*) В мезоатоме вместо электрона движется мезон, имеющий тот же заряд, но массу в 207 раз бо́льшую.

**) Позитроний — это система из электрона и позитрона, которые вращаются вокруг центра масс системы.

в определении λ по нерелятивистской формуле не превышает 1% для электрона и протона?

5.23. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью, ширина которой $b=0{,}10$ *мм*. Определить скорость этих электронов, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии $l=50$ *см*, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x=8{,}0$ *мк*.

5.24. Параллельный поток электронов, ускоренных разностью потенциалов $V=25$ *в*, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми $d=50$ *мк*. Определить расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии $l=100$ *см* от щелей.

5.25. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает нормально на поверхность монокристалла никеля. В направлении, составляющем угол $\vartheta=55°$ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения четвертого порядка при энергии электронов $T=180$ *эв*. Вычислить соответствующее значение межплоскостного расстояния.

5.26. Узкий пучок электронов с кинетической энергией $T=10$ *кэв* проходит через поликристаллическую алюминиевую фольгу, образуя на экране систему дифракционных колец. Вычислить межплоскостное расстояние, соответствующее отражению третьего порядка от некоторой системы кристаллических плоскостей, если ему отвечает дифракционное кольцо диаметром $D=3{,}2$ *см* при расстоянии между экраном и фольгой $l=10$ *см*.

5.27. Оценить наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массой 1 *мг*, если координаты этих частиц и центра шарика установлены с неопределенностью 1 *мк*.

5.28. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося в области, размер которой $l=1$ Å.

5.29. Частица массы m движется в одномерном потенциальном поле $U=\frac{kx^2}{2}$ (гармонический осциллятор). Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы в таком поле.

5.30. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию электрона в

атоме водорода и соответствующее эффективное расстояние его от ядра.

5.31. Параллельный пучок атомов водорода со скоростью $v=1{,}2$ *км/сек* падает нормально на диафрагму с узкой щелью, за которой на расстоянии $l=1{,}0$ *м* расположен экран. Оценить с помощью соотношения неопределенности ширину щели δ, при которой ширина изображения ее на экране будет минимальной.

5.32. Частица находится в основном состоянии в прямоугольной потенциальной яме шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками $(0<x<l)$. Найти вероятность местонахождения этой частицы в области $\frac{1}{3}l<x<\frac{2}{3}l$.

5.33. Частица с массой m находится в двумерном прямоугольном потенциальном «ящике» с абсолютно непроницаемыми стенками. Определить:

а) возможные значения энергии частицы, если стороны ящика равны l_1 и l_2;

б) значения энергии частицы на первых четырех энергетических уровнях, если ящик квадратный со стороной l (значения энергии вычислить в единицах $\hbar^2/ml^2$).

5.34. Частица с массой m находится в одномерном потенциальном поле $U(x)$, вид которого показан на рис. 77, где $U(0)=\infty$.

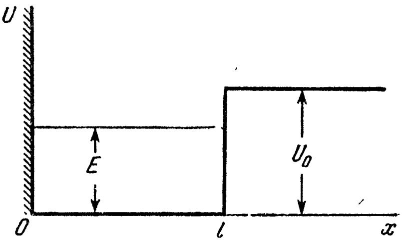

Рис. 77.

а) Найти уравнение, определяющее возможные значения энергии частицы в области $E<U_0$. Привести это уравнение к виду

$$\sin kl = \pm\sqrt{\frac{\hbar^2}{2ml^2U_0}}\,kl, \qquad k=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}.$$

Показать с помощью графического решения этого уравнения, что возможные значения энергии частицы образуют дискретный спектр.

б) Определить минимальное значение величины l^2U_0, при котором появляется первый энергетический уровень в области $E<U_0$. При каком минимальном значении l^2U_0 появляется n-й энергетический уровень?

в) Вычислить вероятность нахождения частицы с энергией $E < U_0$ в области $x > l$ для случая $l^2 U_0 = \frac{9}{16} \frac{\pi^2 \hbar^2}{m}$. Объяснить возможность пребывания частицы в этой области (здесь полная энергия частицы меньше потенциальной!).

5.35. Вычислить возможные значения энергии частицы, находящейся в сферически-симметричной потенциальной яме

$$U(r) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad r < r_0, \\ \infty & \text{при} \quad r > r_0, \end{cases}$$

для случая, когда ее движение описывается волновой функцией $\psi(r)$, зависящей только от r.

Указание. При решении уравнения Шредингера воспользоваться подстановкой $\psi(r) = \frac{\chi(r)}{r}$.

5.36. Определить с помощью уравнения Шредингера энергию электрона, находящегося в атоме водорода в состоянии $\psi(r) = A(1 + ar)e^{-\alpha r}$, где A, a и α — некоторые постоянные.

5.37. Волновая функция, описывающая движение электрона в основном состоянии атома водорода, имеет вид

$$\psi(r) = Ae^{-r/r_1},$$

где A — некоторая постоянная, r_1 — первый боровский радиус. Найти для основного состояния атома водорода:

а) наиболее вероятное расстояние электрона от ядра;

б) среднее значение кулоновской силы;

в) среднее значение потенциальной энергии;

г) средний электростатический потенциал, создаваемый электроном в центре атома.

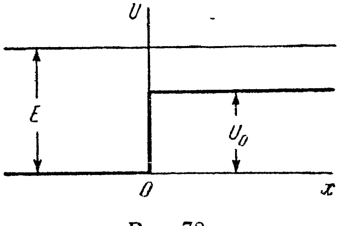

Рис. 78.

5.38. Частицы с массой m и энергией E движутся в потенциальном поле $U(x)$, показанном на рис. 78, в положительном направлении оси x. Найти:

а) коэффициент отражения R этого потенциального барьера для случая $E > U_0$;

б) эффективную глубину $x_{эфф}$ проникновения частиц под барьер, т. е. в область $x>0$, если $E<U_0$ ($x_{эфф}$ — расстояние от границы барьера до точки, где плотность вероятности местонахождения частицы уменьшается в e раз).

СВОЙСТВА АТОМОВ. СПЕКТРЫ

5.39. Энергия связи валентного электрона атома лития в состояниях $2S$ и $2P$ равна соответственно 5,39 и 3,54 *эв*. Вычислить ридберговские поправки для S- и P-термов этого атома.

5.40. Определить длины волн спектральных линий, возникающих при переходе возбужденных атомов лития из состояния $3S$ в основное состояние $2S$, если известно, что ридберговские поправки для S- и P-термов соответственно равны —0,41 и —0,04.

5.41. Длины волн компонент дублета резонансной линии натрия, обусловленной переходом $3P \rightarrow 3S$, равны 5890,0 и 5895,6 Å. Найти величину расщепления $3P$-терма в *эв*.

5.42. Выписать спектральные обозначения термов атома водорода, электрон которого находится в состоянии с главным квантовым числом $n=3$.

5.43. Найти возможные значения полных механических моментов атомов, находящихся в состояниях ^4P и ^5D.

5.44. Известно, что в F- и D-состояниях число возможных значений квантовых числе J одинаково и равно пяти. Определить спиновый механический момент в этих состояниях.

5.45. Атом, кроме заполненных оболочек, имеет три электрона (s, p и d) и находится в состоянии с максимально возможным для этой конфигурации полным механическим моментом. Определить в соответствующей векторной модели атома угол между спиновым и полным механическим моментами атома.

5.46. Выписать спектральные обозначения термов двухэлектронной системы, состоящей из p-электрона и d-электрона.

5.47. У атома какого элемента заполнены K, L и M оболочки, $4s$-подоболочка и наполовину $4p$-подоболочка?

5.48. Определить кратность вырождения $3D$-состояния атома лития. Каков физический смысл этой величины?

5.49. Определить отношение числа атомов газообразного натрия в состоянии резонансного возбуждения ($3P$) к числу атомов в основном состоянии ($3S$), если температура газа $T=2400°$ К и длина волны резонансной линии ($3P \rightarrow 3S$) $\lambda=589$ *ммк*.

5.50. Найти среднее время жизни τ атомов лития в состоянии резонансного возбуждения, если известно, что при температуре $T=1500°$ К мощность излучения единицы объема для резонансной линии $\lambda=671$ *ммк* ($2P \rightarrow 2S$) равна $P=0{,}30$ *вт/см*^{3} при концентрации атомов $n=3{,}6 \cdot 10^{16}$ *см*$^{-3}$.

5.51. Вычислить среднее время жизни возбужденных атомов, если известно, что интенсивность спектральной линии, обусловленной переходом в основное состояние, убывает в $\eta=25$ раз на расстоянии $l=2{,}5$ *мм* вдоль пучка атомов, скорость которых $v=600$ *м/сек*.

5.52. Вычислить с помощью закона Мозли:

а) длину волны линии K_α для алюминия и кобальта;

б) разность энергий связи K- и L-электронов ванадия.

5.53. Определить напряжение на рентгеновской трубке с никелевым антикатодом, если разность длин волн между K_α-линией и коротковолновой границей сплошного рентгеновского спектра равна 0,84 Å.

5.54. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке от $U_1=10$ *кв* до $U_2=20$ *кв* интервал длин волн между K_α-линией и коротковолновой границей увеличился в $n=3{,}0$ раза. Определить порядковый номер элемента антикатода этой трубки.

5.55. Найти кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов, вырываемых K_α-излучением цинка с K-оболочки атомов железа, край K-полосы поглощения для которого $\lambda_K=1{,}74$ Å.

5.56. Вычислить в магнетонах Бора магнитный момент атома:

а) в ^1F-состоянии;

б) в состоянии $^2D_{3/2}$;

в) в состоянии, в котором $S=1$, $L=2$ и фактор Ланде $g=4/3$.

5.57. Определить спиновый механический момент атома в состоянии D_2, если максимальное значение проекции магнитного момента в этом состоянии равно четырем магнетонам Бора.

5.58. Найти полный механический момент атома в состоянии с $S = 3/2$ и $L = 2$, если известно, что магнитный момент его равен нулю.

5.59. Узкий пучок атомов ванадия в основном состоянии $^4F_{3/2}$ пропускают по методу Штерна и Герлаха через поперечное резко неоднородное магнитное поле протяженностью $l_1 = 5,0$ *см*. Расщепление пучка наблюдают на экране, отстоящем от магнита на расстоянии $l_2 = 15$ *см*. При каком значении градиента напряженности магнитного поля расстояние между крайними компонентами расщепленного пучка будет составлять на экране $\delta = 2,0$ *мм*, если кинетическая энергия атомов $T = 0,022$ *эв*?

5.60. Атом находится в магнитном поле напряженностью $H = 2,50$ *кэ*. Вычислить полную величину расщепления (в *эв*): а) терма ^1D; б) терма $^3F_4$.

5.61. Спектральная линия $\lambda = 0,612$ *мк* обнаруживает в магнитном поле H нормальный эффект Зеемана. Определить интервал между крайними компонентами этой линии, если $H = 10,0$ *кэ*.

5.62. Найти минимальное значение напряженности магнитного поля, при котором спектральным прибором с разрешающей способностью $\lambda/\delta\lambda = 1,0 \cdot 10^5$ можно разрешить компоненты спектральной линии $\lambda = 536$ *ммк*. Линия обнаруживает нормальный эффект Зеемана. Наблюдение ведут в направлении, перпендикулярном к магнитному полю.

5.63. Изобразить схему возможных переходов в слабом магнитном поле между термами $^2P_{3/2}$ и $^2S_{1/2}$ Вычислить для случая $H = 4,5$ *кэ* смещения зеемановских компонент этой линии (в частотах).

5.64. Вычислить полную величину расщепления $\Delta\omega$ спектральной линии $^3D_3 \to {}^3P_2$ в слабом магнитном поле $H = 3,4$ *кэ*.

МОЛЕКУЛЫ И КРИСТАЛЛЫ

5.65. Определить для молекулы HCl вращательные квантовые числа двух соседних уровней, разность энергий которых равна $7,86 \cdot 10^{-3}$ *эв*. Расстояние между ядрами молекулы равно $1,275 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.66. Показать, что интервалы частот между соседними спектральными линиями чисто вращательного спектра двухатомной молекулы имеют одинаковую

величину. Найти момент инерции и расстояние между ядрами молекулы CH, если интервалы между соседними линиями чисто вращательного спектра этих молекул $\Delta\omega = 5{,}47 \cdot 10^{12}$ *рад/сек.*

5.67. Вычислить для молекулы HF число вращательных уровней, расположенных между нулевым и первым возбужденным колебательными уровнями. Собственная частота колебаний этой молекулы равна $7{,}79 \cdot 10^{14}$ *рад/сек*, расстояние между ядрами $0{,}917 \cdot 10^{-8}$ *см.*

5.68. Собственная частота колебаний молекулы водорода равна $8{,}25 \cdot 10^{14}$ *рад/сек*, расстояние между ядрами $0{,}74 \cdot 10^{-8}$ *см.* Найти отношение числа этих молекул на первом возбужденном колебательном уровне ($v = 1$) к числу молекул на первом возбужденном вращательном уровне ($J = 1$) при температуре $T = 875°$ K. Иметь в виду, что кратность вырождения вращательных уровней равна $2J + 1$.

5.69. Средняя энергия гармонического осциллятора с собственной частотой ω равна при температуре T

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

а) Вывести эту формулу, используя распределение Больцмана.

б) Получить с помощью этой формулы выражение для молярной колебательной теплоемкости C_V двухатомного газа (при постоянном объеме). Вычислить C_V для газа, состоящего из молекул HCl, при температуре 300° K. Собственная частота колебаний этих молекул равна $5{,}63 \cdot 10^{14}$ *рад/сек.*

5.70. Найти собственную частоту колебаний и коэффициент квазиупругой силы молекулы S_2, если известно, что в колебательном спектре комбинационного рассеяния света длины волн красного и фиолетового спутников, ближайших к несмещенной линии, равны 3466 и 3300 Å.

5.71. Найти отношение интенсивностей фиолетового и красного спутников, ближайших к несмещенной линии, в колебательном спектре комбинационного рассеяния света молекул Cl_2 при температуре $T = 300°$ K, если собственная частота колебаний этих молекул $\omega_0 = 1{,}06 \cdot 10^{14}$ *рад/сек.* Во сколько раз изменится это отношение при увеличении температуры вдвое?

5.72. Определить число собственных колебаний струны длиной l в интервале частот ω, $\omega + d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v. Считать, что колебания происходят в одной плоскости.

5.73. Найти число собственных поперечных колебаний прямоугольной мембраны площадью S в интервале частот ω, $\omega + d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v.

5.74. Определить число поперечных собственных колебаний прямоугольного параллелепипеда объемом V в интервале частот ω, $\omega + d\omega$, если скорость распространения колебаний равна v.

5.75. Считая, что скорости распространения продольных и поперечных колебаний одинаковы и равны v, определить характеристическую температуру Дебая:

а) для цепочки из одинаковых атомов, содержащей n_0 атомов на единицу длины;

б) для плоской квадратной решетки из одинаковых атомов, содержащей n_0 атомов на единицу поверхности;

в) для простой кубической решетки из одинаковых атомов содержащей n_0 атомов на единицу объема.

5.76. Вычислить характеристическую температуру Дебая для железа, у которого скорости распространения продольных и поперечных колебаний равны соответственно 5,85 и 3,23 *км/сек*.

5.77. Получить выражение, определяющее зависимость молярной теплоемкости цепочки одинаковых атомов от температуры T, если ее характеристическая температура Дебая равна θ. Упростить полученное выражение для случая $T \gg \theta$.

5.78. Показать, что молярная теплоемкость кристалла при температуре $T \ll \theta$, где θ — характеристическая температура Дебая, определяется следующим выражением:

$$C = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\theta}\right)^3.$$

Указание. Иметь в виду, что

$$\int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

5.79. Можно ли считать температуры 20° и 30° K низкими для железа, если известно, что теплоемкость железа при этих температурах равна соответственно 0,226 и 0,760 *дж/град·моль*?

5.80. Оценить максимальные значения энергии и импульса фонона (звукового кванта) в меди, характеристическая температура которой равна 330° K.

РАДИОАКТИВНОСТЬ

5.81. Зная постоянную распада ядра λ, определить:

а) вероятность того, что оно распадается за промежуток времени от 0 до t;

б) его среднее время жизни τ.

5.82. Какая доля радиоактивных ядер кобальта, период полураспада которых 71,3 дня, распадется за месяц?

5.83. Активность некоторого препарата уменьшается в 2,5 раза за 7,0 дней. Определить его период полураспада.

5.84. Определить возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа C^{14} у них составляет $^3/_5$ удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада ядер C^{14} равен 5570 лет.

5.85. Вычислить удельные активности (*кюри/г*) изотопов Na^{24} и U^{235}, периоды полураспада которых равны соответственно 15 *ч* и $7{,}1\cdot10^8$ лет.

5.86. Удельная активность препарата, состоящего из β-активного кобальта Co^{58} и неактивного Co^{59}, равна 60 *кюри/ч*. Период полураспада Co^{58} равен 71,3 дня. Определить отношение массы активного кобальта в этом препарате к массе препарата (в %).

5.87. Радиоизотоп фосфора P^{32}, период полураспада которого $T = 14{,}3$ дня, образуется в ядерном реакторе с постоянной скоростью $q = 5{,}0\cdot10^{10}$ *ядер/сек*. Через сколько времени после начала образования этого радиоизотопа его активность станет равной $A = 0{,}50$ *кюри*?

5.88. Радиоизотоп A_1 с постоянной распада λ_1 превращается в радиоизотоп A_2 с постоянной распада λ_2. Считая, что в начальный момент препарат содержал только ядра изотопа A_1, найти:

а) закон накопления радиоизотопа A_2 со временем;

б) промежуток времени, через который активность радиоизотопа A_2 достигнет максимума.

5.89. Радиоизотоп A_1 испытывает превращения по схеме:

$$A_1 \xrightarrow[\lambda_1]{} A_2 \xrightarrow[\lambda_2]{} A_3 \text{ (стабилен)}$$

(под стрелками указаны соответствующие постоянные распада). Считая, что в начальный момент препарат содержал только ядра изотопа A_1 в количестве N_{10}, найти закон накопления стабильного изотопа A_3.

5.90. Какой изотоп образуется из α-активного Ra^{226} в результате пяти α-распадов и четырех β-распадов?

5.91. Первоначально покоившееся ядро Po^{200} испустило α-частицу с кинетической энергией $T_\alpha = 5{,}77$ *Мэв*. Найти скорость отдачи дочернего ядра. Какую долю полной энергии, освобождаемой в этом процессе, составляет энергия отдачи дочернего ядра?

5.92. Определить количество тепла, которое выделяет 1 *мг* препарата Po^{210} за период, равный среднему времени жизни этих ядер, если известно, что испускаемые α-частицы имеют кинетическую энергию 5,3 *Мэв* и практически все дочерние ядра образуются непосредственно в основном состоянии.

5.93. Альфа-распад ядер Po^{210} (из основного состояния) сопровождается испусканием двух групп α-частиц с кинетическими энергиями 5,3 и 4,5 *Мэв*. В результате испускания этих α-частиц дочерние ядра оказываются соответственно в основном и в возбужденном состояниях. Найти энергию γ-квантов, испускаемых возбужденными ядрами.

5.94. Определить с помощью табличных значений масс атомов максимальную кинетическую энергию β-частиц, испускаемых ядрами Be^{10}, и соответствующую кинетическую энергию отдачи дочерних ядер, которые образуются непосредственно в основном состоянии.

5.95. Вычислить с помощью табличных значений масс атомов энергии позитрона и нейтрона, испускаемых ядром C^{11}, в случае, если дочернее ядро не испытывает отдачи.

5.96. Определить с помощью табличных значений масс атомов скорость ядра, возникающего в результате K-захвата, который испытывает ядро Be^7, если дочернее

ядро оказывается непосредственно в основном состоянии.

5.97. Возбужденные ядра Ag^{109}, переходя в основное состояние, испускают или γ-кванты с энергией 87 *кэв*, или конверсионные K-электроны (их энергия связи 26 *кэв*). Определить скорость этих электронов.

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

5.98. Альфа-частица с кинетической энергией $T_\alpha = 7{,}0$ *Мэв* упруго рассеялась на первоначально покоившемся ядре Li^6. Определить кинетическую энергию ядра отдачи, если угол между направлениями разлета обеих частиц $\theta = 60°$.

5.99. Нейтрон испытал упругое соударение с первоначально покоившимся дейтоном. Определить долю кинетической энергии, теряемую нейтроном: а) при лобовом соударении; б) при рассеянии на угол $\vartheta = 45°$.

5.100. Определить значение максимально возможного угла, на который рассеивается дейтон при упругом соударении с первоначально покоящимся протоном.

5.101. Найти с помощью табличных значений масс атомов:

а) среднюю энергию связи на один нуклон в ядре O^{16};

б) энергию связи нейтрона и α-частицы в ядре B^{11};

в) энергию, необходимую для разделения ядра O^{16} на четыре одинаковые частицы.

5.102. Вычислить энергию, необходимую для разделения ядра Ne^{20} на две α-частицы и ядро C^{12}, если известно, что энергии связи на один нуклон в ядрах Ne^{20}, He^4 и C^{12} равны соответственно 8,03; 7,07 и 7,68 *Мэв*.

5.103. Считая, что в одном акте деления ядра U^{235} освобождается энергия 200 *Мэв*, определить:

а) энергию, выделяющуюся при сгорании 1 *кг* изотопа U^{235}, и массу каменного угля с теплотворной способностью 7000 *ккал/кг*, эквивалентную в тепловом отношении 1 *кг* U^{235};

б) массу изотопа U^{235}, подвергшегося делению при взрыве атомной бомбы с тротиловым эквивалентом 30 килотонн, если тепловой эквивалент тротила равен 1000 *ккал/кг*.

5.104. Вычислить с помощью табличных значений масс атомов энергию на один нуклон, которая выделяется

при протекании термоядерной реакции $Li^6+H^2 \to 2He^4$. Сравнить полученную величину с энергией на один нуклон, освобождающейся при делении ядра U^{235}.

5.105. Найти тепловой эффект реакции $Li^7+p \to 2He^4$, если известно, что энергии связи на один нуклон в ядрах Li^7 и He^4 равны соответственно 5,60 и 7,06 *Мэв*.

5.106. Найти тепловой эффект реакции $N^{14}(\alpha, p)O^{17}$, если кинетическая энергия налетающих α-частиц $T_\alpha = 4$ *Мэв* и протон, вылетевший под углом $\vartheta=60°$ к направлению движения α-частицы, имеет кинетическую энергию $T_p=2{,}09$ *Мэв*.

5.107. Определить с помощью табличных значений масс атомов тепловые эффекты следующих реакций:

а) $Li^7(p, n)Be^7$; б) $Be^9(n, \gamma)Be^{10}$;

в) $Li^7(\alpha, n)B^{10}$; г) $O^{16}(d, \alpha)N^{14}$.

5.108. Найти с помощью табличных значений масс атомов скорости продуктов реакции $B^{10}(n, \alpha)Li^7$, протекающей в результате взаимодействия весьма медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора.

5.109. Альфа-частица с кинетической энергией $T_\alpha = 5{,}3$ *Мэв* возбуждает ядерную реакцию $Be^9(\alpha, n)C^{12}$, тепловой эффект которой $Q=+5{,}7$ *Мэв*. Определить кинетическую энергию нейтрона, вылетевшего под прямым углом к направлению α-частицы.

5.110. Найти с помощью табличных значений масс атомов минимальную (пороговую) кинетическую энергию α-частиц для ядерной реакции $Li^7(\alpha, n)B^{10}$. Какова в этом случае скорость ядер B^{10}?

5.111. Нейтрон с кинетической энергией $T_n=10$ *Мэв* возбуждает ядерную реакцию $C^{12}(n, \alpha)Be^9$, порог которой $T_{пор}=6{,}17$ *Мэв*. Определить кинетическую энергию α-частиц, вылетающих под прямым углом к падающим нейтронам.

5.112. Выход ядерной реакции $C^{13}(d, n)N^{14}$ имеет максимумы при следующих значениях кинетической энергии T_i налетающих дейтонов: 0,60; 0,90; 1,55 и 1,80 *Мэв*. Найти с помощью табличных значений масс атомов соответствующие энергетические уровни промежуточного ядра, через которые идет эта реакция.

5.113. Узкий пучок тепловых нейтронов ослабляется в $\eta=360$ раз после прохождения кадмиевой пластинки, толщина которой $d=0{,}50$ *мм*. Определить эффективное сечение взаимодействия этих нейтронов с ядрами кадмия.

5.114. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность узкого пучка тепловых нейтронов после прохождения слоя тяжелой воды толщиной $d=5{,}0$ *см*. Эффективные сечения взаимодействия ядер дейтерия и кислорода для тепловых нейтронов равны соответственно $\sigma_1=7{,}0$ *барн* и $\sigma_2=4{,}2$ *барн*.

5.115. Узкий пучок тепловых нейтронов проходит через пластинку из железа, для которого эффективные сечения поглощения и рассеяния равны соответственно $\sigma_a=2{,}5$ *барн*, $\sigma_s=11$ *барн*. Определить относительную долю нейтронов, выбывших из пучка за счет рассеяния, если толщина пластинки $d=0{,}50$ *см*.

5.116. Вычислить кинетическую энергию нейтрона, возникающего в результате распада остановившегося Σ^--гиперона ($\Sigma^- \rightarrow n+\pi^-$).

5.117. Отрицательный π-мезон с кинетической энергией $T_\pi=50$ *Мэв* распадается на лету на мюон и нейтрино. Определить энергию нейтрино, вылетевшего под прямым углом к направлению движения π-мезона.

5.118. Σ^+-гиперон с кинетической энергией $T_\Sigma=$ $=320$ *Мэв* распадается на нейтральную частицу и π^+-мезон, который вылетает с кинетической энергией $T_\pi=$ $=42$ *Мэв* под прямым углом к первоначальному направлению движения гиперона. Определить массу покоя нейтральной частицы (в *Мэв*).

5.119. Позитрон с кинетической энергией $T=750$ *кэв* налетает на покоящийся свободный электрон. В результате аннигиляции возникают два γ-кванта с одинаковыми энергиями. Определить угол между направлениями их разлета.

5.120. Определить минимальную (пороговую) энергию γ-кванта, необходимую для образования пары π^-- и π^+-мезонов в поле первоначально покоившегося протона.

5.121. Водородную мишень бомбардируют π^--мезонами. Определить минимальную (пороговую) кинетическую энергию π^--мезонов, при которой становится возможной реакция $\pi^-+p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

ЧАСТЬ I
МЕХАНИКА

1.1. $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$, где $\Delta \mathbf{r}$ — вектор, направленный из начальной точки движения в конечную;

$$|\bar{\mathbf{v}}| = 0{,}20 \text{ м/сек}; \quad \bar{v} = \frac{\pi R}{\Delta t} = 0{,}31 \text{ м/сек}.$$

1.2. $v_0 = \sqrt{v^2 + V^2}$. Скорость v_0 направлена под углом $\frac{\pi}{2} + \alpha$ к курсу самолета, где $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{V}{v}$.

1.3. $v = 30$ *км/час*.

1.4. См. рис. 79.

1.5. См. рис. 80.

1.6. $\Delta t_n = \Delta t_1 (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$.

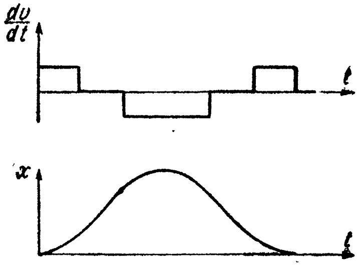

Рис. 79.

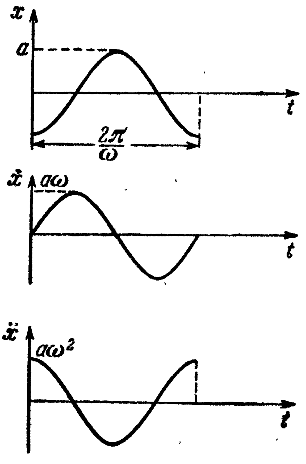

Рис. 80.

1.7. $v = \sqrt{a^2 + c^2 - 4abt + 4b^2t^2}$, $w = 2b$.

1.8. $w_n = \frac{g v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = 8{,}6$ *м/сек²*; $w_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = 4{,}8$ *м/сек²*.

1.9. а) $x = v_0 t \cos\alpha$, $y = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$.

б) $y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$.

в) $\tau = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

г) $h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$, $l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

д) $\mathbf{w} = \mathbf{g}$.

Графики см. на рис. 81.

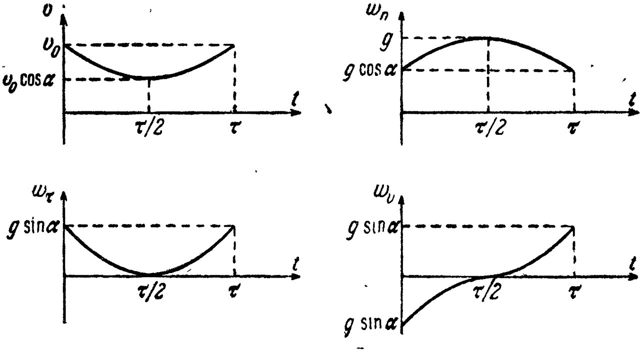

Рис. 81.

1.10. Эти векторы равны по величине и по направлению, $\omega_1 = \omega_2$.

1.11. $v_A = v_B = v\sqrt{2}$, $v_C = 2v$.

1.12. $w_n = \frac{(\omega R \cos\varphi - v)^2}{R\cos\varphi}$, $w_\tau = 0$, где ω — угловая скорость вращения, R — радиус Земли.

1.13. $w_n = \frac{(\omega R \cos\varphi + wt)^2}{R\cos\varphi}$, $w_\tau = w$, где ω — угловая скорость вращения, R — радиус Земли.

1.14. $v = \sqrt{R^2\omega^2 + u^2}$, $w = R\omega^2$. Траектория тела представляет собой винтовую линию с шагом $2\pi \frac{u}{\omega}$.

1.15. $w = \frac{m_4 - k(m_1 + m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} g$, $T_1 = m_4(g - w)$,

$T_2 = m_4(g - w) - m_1(gk + w)$, $T_3 = m_3(gk + w)$.

1.16. $F > (k_1 + k_2)(M + m) g$.

1.17. $f = \frac{F}{4} - mgk = 1{,}7$ *н*; $f' = \frac{F}{2} = 23$ *н*.

1.18. 1. а) Груз m_2 опускается при условии

$$\frac{m_2}{m_1} \geqslant \sin\alpha + k\cos\alpha;$$

знак равенства соответствует движению с постоянной скоростью или покою. б) Груз m_2 поднимается при условии

$$\frac{m_2}{m_1} \leqslant \sin\alpha - k\cos\alpha;$$

смысл равенства см. в пункте (а). в) Грузы не двигаются, если

$$\sin\alpha - k\cos\alpha < \frac{m_2}{m_1} < \sin\alpha + k\cos\alpha.$$

2. Если груз m_2 поднимается, то

$$w = \frac{m_1(\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2}\, g,$$

$$T = m_2 g\, \frac{m_1(\sin\alpha - k\cos\alpha) + m_1}{m_1 + m_2}.$$

Если груз m_2 опускается, то

$$w = \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}\, g,$$

$$T = m_2 g\, \frac{m_1(\sin\alpha + k\cos\alpha) + m_1}{m_1 + m_2}.$$

1.19. $h = \frac{g}{4\pi^2\nu^2} = 0{,}39$ *м*.

1.20. $k = \frac{v^2}{rg} = 0{,}26$.

1.21. $\Delta\mathbf{p} = \int\limits_{t_A}^{t_B} m\mathbf{g}\, dt = m\mathbf{g}\,(t_B - t_A);\quad t_B - t_A = \frac{|\Delta\mathbf{p}|}{mg}.$

1.22. Центр инерции системы Земля — Луна находится на расстоянии ≈ 4600 *км* от центра Земли.

1.23. $\Delta\mathbf{R} = -\frac{m\mathbf{L}}{m + M}.$

Указание. Центр инерции системы груз — баржа неподвижен относительно берега,

$$\mathbf{r}_c = \frac{m\mathbf{r} + M\mathbf{R}}{m + M} = \text{const},$$

следовательно,

$$m(\mathbf{L} + \Delta\mathbf{R}) + M\,\Delta\mathbf{R} = 0,$$

где $\mathbf{L}$ — вектор перемещения груза относительно баржи.

1.24. $M\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -m_0\mathbf{v}$, где $\mathbf{V}$ — скорость ракеты в данный момент времени.

Решение. Записываем закон сохранения импульса для системы ракета — газ, приравнивая импульсы системы в моменты времени t и $t + dt$:

$$M\mathbf{V} = (M - m_0\, dt)(\mathbf{V} + d\mathbf{V}) + m_0\, dt\, (\mathbf{V} + \mathbf{v}).$$

Пренебрегаем членами второго порядка малости и получаем:

$$M\, d\mathbf{V} = -m_0\mathbf{v}\, dt.$$

1.25. $\frac{M_0}{M} = e^{\frac{V}{v}}$.

Решение. Используя уравнение, найденное в задаче 1.24, запишем:

$$dV = -\frac{m_0 v\, dt}{M} = -v\frac{dM}{M}.$$

Интегрируем это уравнение и находим:

$$V = v \ln M + \text{const}.$$

Определив постоянную из условия: $V = 0$ при $M = M_0$, легко получаем окончательное выражение формулы К. Э. Циолковского.

1.26. $M_0 = Me^{\frac{V}{v}} = 38{,}6\ m$ (V — первая космическая скорость).

Указание. Воспользоваться результатом задачи 1.25.

1.27. $l_1 = 3l$, $l_2 = l_3 = l\sqrt{3}$.

1.28. $v = \frac{M}{m\cos(\alpha + \beta)}\sqrt{2sg\sin\alpha}$.

1.29. $A = 200$ *дж*; $E_p = 98$ *дж*.

1.30. а) $v_A = v_B$; б) $t_1 > t_2$.

1.31. а) Работа сил трения в случаях *1* и *2* равна mgh.

б) Для первого профиля равнодействующая равна нулю, для второго она равна mv^2/R, где R—радиус кривизны траектории.

1.32. $A = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{lmg}{|\Delta\mathbf{p}|}\right)^2 + \left(\frac{|\Delta\mathbf{p}|}{2m}\right)^2\right] = 5{,}2$ *дж*.

1.33. $\overline{W} = 0$; $W = mg\,(gt - v_0\sin\alpha)$.

1.34. $h = \frac{5}{2}R$; $f_A = 7mg$, $f_B = mg$.

1.35. $w_\tau = g\sin\alpha$; $w_n = \frac{v_0^2}{R} + 2g\,(\cos\alpha + 1)$.

1.36. а) $w_\tau = g \sin\alpha$; $w_n = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$.

б) $E_p = mgl(1 - \cos\alpha)$; $E_k = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$.

в) $$\tau = 2\int_0^{\alpha_0} \frac{l\,d\alpha}{v} = 2\sqrt{\frac{l}{2g}} \int_0^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\sqrt{\cos\alpha - \cos\alpha_0}}.$$

Выразив косинусы через синусы половинных углов и произведя подстановку $\frac{\sin(\alpha/2)}{\sin(\alpha_0/2)} = \sin x$, последний интеграл приведем к полному эллиптическому интегралу первого рода:

$$K\left(\sin\frac{\alpha_0}{2}\right) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha_0}{2}\sin^2 x}}.$$

Вычисляя период колебания как удвоенное время τ, находим:

$$T = 2\tau = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\,K\left(\sin\frac{\alpha_0}{2}\right).$$

При малых углах α_0 разложение функции K дает:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{16}\alpha_0^2 + \ldots\right).$$

Первый член этого разложения отвечает известной формуле для периода малых колебаний.

1.37. а) $E_p = mgl(1 - \cos\alpha)$; $E_k = \frac{mv_0^2}{2} + mgl(1 + \cos\alpha)$.

б) $T = m\left(\frac{v_0^2}{l} + 3g\cos\alpha + 2g\right)$.

В верхней точке $T = 0{,}36$ *н*, в нижней $T = 6{,}2$ *н*.

1.38. $w = g\sqrt{1 + 4\frac{v_2^2 + v_1^2}{v_2^2 - v_1^2}} = 33$ *м/сек*^{2}.

1.39. $E = E_c + \frac{1}{2}V^2\sum_{i=1}^{N} m_i$.

Указание. Записать скорость i-й материальной точки в системе K в виде $\mathbf{v}_i + \mathbf{V}$, где $\mathbf{v}_i$ — скорость этой точки относительно K_c. Воспользоваться равенством нулю импульса $\sum_{i=1}^{N} m_i\mathbf{v}_i$; учесть, что потенциальная энергия зависит только от взаимного положения материальных точек.

1.40. $\Delta E = \frac{m_1 m_2(\mathbf{v}_{10} - \mathbf{v}_{20})^2}{2(m_1 + m_2)}$.

1.41. а) $E_k = \frac{2}{m}(m+M)^2 gl \sin^2\frac{\alpha}{2}$;

б) $E_k = \frac{2}{m} M^2 gl \sin^2\frac{\alpha}{2}$;

в) $E_k = \frac{m}{2}\left(2\frac{M}{m}\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2} - v'\right)^2$.

1.42. $\alpha = 30°$.

1.43. $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{\frac{M}{m}-1}{\frac{M}{m}+1}\right)^2$, где ε — энергия после удара, ε_0 — начальная энергия.

1.44. 2α.

Решение. Закон сохранения импульса для системы двух шаров имеет вид

$$m\mathbf{v}_0 = m\mathbf{v}_1 + m\mathbf{v}_2,$$

где $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ — скорости первого и второго шаров после удара. Если приведенное равенство разделить на m, то получим соотношение между скоростями, изображенное на рис. 82.

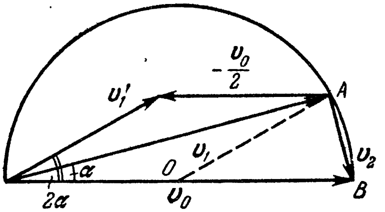

Рис. 82.

Треугольник, образованный скоростями $\mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ — прямоугольный, что следует из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

или

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2.$$

Центр инерции шаров в системе xyz движется со скоростью $\mathbf{v}_0/2$; следовательно, для получения скорости первого шара $\mathbf{v}_1'$ в системе центра инерции к скорости $\mathbf{v}_1$ в системе xyz надо прибавить вектор $-\mathbf{v}_0/2$. Треугольник, образованный скоростями $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ и $\mathbf{v}_0$, вписан в окружность радиуса $v_0/2$ с центром в точке O. Угол AOB равен углу между векторами $\mathbf{v}_1'$ и $\mathbf{v}_0$ из построения, при этом угол AOB и угол α опираются на одну и ту же дугу AB. Угол AOB — центральный; следовательно, он и угол между скоростью $\mathbf{v}_1'$ и осью x равны 2α.

1.45. $\Delta\mathbf{p} = -2(\mathbf{v} - \mathbf{V})m$.

а) $\Delta p_v = -2(v - V)m$, б) $\Delta p_v = -2(v + V)m$.

Указание. Задачу легко решать в системе координат, связанной со стенкой. Величина $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}\,\Delta t$ остается инвариантной во всех инерциальных системах.

1.46. $\mathbf{f} = \gamma \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N'} \frac{m'_k m_i}{|\mathbf{r}'_k - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r}'_k - \mathbf{r}_i)$.

1.47. $v = \frac{2\pi (R_З + h)}{T} = 7{,}6 \cdot 10^3$ *м/сек*, $w_n = \frac{4\pi^2 (R_З + h)}{T^2} =$
$= 7{,}6$ *м/сек*², где $R_З$ — радиус Земли.

1.48. $T = 2\pi \frac{R_З + h}{R_З} \sqrt{\frac{R_З + h}{g}}$, где $R_З$ — радиус Земли.

1.49. $\frac{T_Л}{T_З} = \left(\frac{R_Л + h}{R_З + h}\right)^{3/2} \left(\frac{M_З}{M_Л}\right)^{1/2} = 1{,}43$, где $R_З$ — радиус Земли, $R_Л$ — радиус Луны, $M_З$ и $M_Л$ — массы Земли и Луны.

1.50. $R = \sqrt[3]{\frac{gT^2R_З^2}{4\pi^2}} = 4{,}21 \cdot 10^7$ *м*, где $R_З$ — радиус Земли.

1.51. а) $\mathbf{F} = -\gamma \frac{Mm}{r^3} \mathbf{r}$, где $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

б) $\mathbf{F} = -\gamma \frac{Mm}{R^3} \mathbf{r}$.

1.52. Любой однородный шаровой слой можно разбить на множество бесконечно тонких сферических слоев. Рассмотрим материальную точку m внутри бесконечно тонкого сферического слоя (рис. 83). Построим конус с бесконечно малым углом раствора с вершиной в этой точке. Площади участков, вырезанных этим конусом в сферическом слое, связаны соотношением $\frac{ds_1}{ds_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$. Величины масс, заключенных внутри конуса, пропорциональны ds_i. Таким образом, силы притяжения материальной точки этими массами равны и противоположны по направлению. Очевидно, что всю поверхность сферического слоя можно разбить на такие участки, поэтому сила, действуюшая на m со стороны

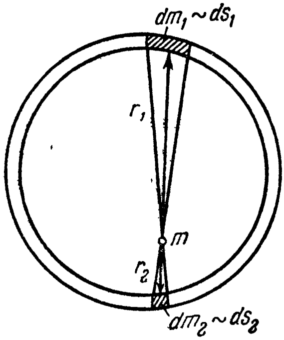

Рис. 83.

всего слоя, будет равна нулю. Это утверждение останется справедливым для конечного шарового слоя.

$$E_p = \text{const}.$$

1.53. $\mathbf{F} = -\gamma \frac{Mm}{R^3}\mathbf{r}$.

Указание. См. задачу 1.52.

1.54. Графики представлены на рис. 84.

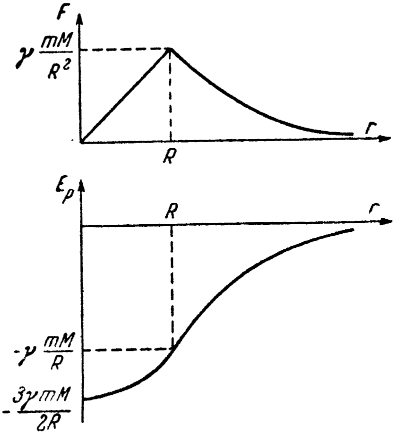

Рис. 84.

а) Указание. Воспользоваться результатом задачи 1.53.

б) Указание. Следует иметь в виду, что работа силы тяжести $A = -\Delta E_p$ и $A_{12} = -\int\limits_{r_1}^{r_2} F\,dr$. Потенциальная энергия E_p на бесконечно большом расстоянии от шара выбирается равной нулю.

1.55. $v_1 = \sqrt{gR_З} \approx 8$ *км/сек*, где $R_З$ — радиус Земли. $v_2 = \sqrt{2gR_З} \approx 11$ *км/сек*.

1.56. $v_{2Л} = v_2 \sqrt{\frac{R_З M_Л}{R_Л M_З}} = 2{,}38$ *км/сек*.

1.57. В инерциальной системе, спроектировав уравнение движения тела на направление оси, лежащей в плоскости параллели φ и направленной к оси вращения Земли, получим:

$$m\omega^2 R\cos\varphi = \gamma\frac{mM}{R^2}\cos\varphi - N\cos(\alpha + \varphi),$$

где ω — угловая скорость вращения Земли, R — радиус Земли, M — ее масса, N — величина реакции поверхности Земли, α — угол между вертикалью и направлением силы реакции. В неинерциальной системе, связанной с Землей, тело будет находиться в покое. Силы, действуюшие на тело, уравновешены (см. рис. 85). $\mathbf{N}$ — сила реакции, $\mathbf{f}_g$ — сила тяготения, $\mathbf{f}_{in}$ — центробежная сила инерции.

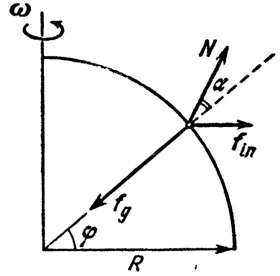

Рис. 85.

1.58. Уравнение движения в инерциальной системе координат, спроектированное на ось, направленную к центру Земли:

$$m\frac{(v+\omega R)^2}{R}=\gamma\frac{mM}{R^2}-N.$$

Уравнение движения в неинерциальной системе координат:

$$\frac{mv^2}{R}=\gamma\frac{mM}{R^2}-N-m\omega^2R-2m\omega v$$

($m\omega^2R$ — величина центробежной силы инерции, $2m\omega v$ — величина кориолисовой силы инерции), R — радиус Земли, M — масса Земли, ω — угловая скорость вращения Земли, N — реакция поверхности.

$$P=\left(\gamma\frac{M}{R^2}-\frac{(v+\omega R)^2}{R}\right)m.$$

1.59. а) $w=\omega\sqrt{r^2\omega^2+4v^2}$, r — расстояние точки от центра вращения.

б) $f_\perp=2mv\omega$, $f_\parallel=m\omega^2r$.

1.60. а) $I=\frac{1}{3}ml^2$; б) $I=\frac{1}{3}m(a^2+b^2)$.

1.61. $w=\dfrac{mg}{m+\frac{3}{2}M}=0{,}114$ *м/сек²*, $T=\frac{3}{2}Mw=4{,}34$ *н*.

1.62. $\tau=\sqrt{\dfrac{2h}{g}\left(1+\dfrac{Mg}{2P}\right)}$.

1.63. $w=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}g=1{,}51$ *м/сек²*;

$$T_1=\frac{\left(2m_2+\frac{m}{2}\right)m_1g}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}=2{,}70\ \textit{н},\quad T_2=\frac{\left(2m_1+\frac{m}{2}\right)m_2g}{m_1+m_2+\frac{m}{2}}=2{,}55\ \textit{н}.$$

1.64. $\varphi = \frac{mgrt^2}{2(I+mr^2)}$, $\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}\left(1+\frac{I}{mr^2}\right)}$.

1.65. $v_c = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$; $\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{10}{7}gh}$.

Условие скатывания без скольжения: $\operatorname{tg}\varphi \leqslant 7k/2$, где k — коэффициент трения.

1.66. а) $\cos\alpha > \frac{r}{R}$;

б) $F \leqslant \frac{kmg(I+mR^2)}{I(\cos\alpha + k\sin\alpha) + mR^2\left(\frac{r}{R} + k\sin\alpha\right)}$;

в) $A = \frac{F^2(R\cos\alpha - r)^2}{2(I+mR^2)}t^2$.

1.67. $\overline{M} = \frac{\omega}{t}\frac{md^2}{8} = 0{,}157$ *н · м.*

1.68. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{7}$; в) $\frac{1}{2}$.

1.69. а) $L = \frac{v_0^3 \sin^2\alpha\cos\alpha}{2g} m = 37$ *кг · м² · сек⁻¹*.

б) $L = \frac{2v_0^3\sin^2\alpha\cos\alpha}{g} m = 1{,}5 \cdot 10^2$ *кг · м² · сек⁻¹*.

1.70. $|\Delta\mathbf{L}| = 2mvl\cos\alpha$.

1.71. $\mathbf{L}' = \mathbf{L} - [\mathbf{R}, \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2]$.

Момент количества движения не зависит от выбора точки O только в том случае, когда $\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 = 0$, т. е. при рассмотрении движения в той системе отсчета, в которой покоится центр инерции системы тел.

1.72. Момент количества движения $\mathbf{L}$ в системе K запишем в виде

$$m_1[\mathbf{r}_1\mathbf{v}_1] + m_2[\mathbf{r}_2\mathbf{v}_2],$$

где $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ — радиусы-векторы точек, $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ — их скорости. В системе центра инерции скорость i-й точки $\mathbf{v}'_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{V}$, тогда

$$\mathbf{L} = m_1[\mathbf{r}_1, \mathbf{v}'_1 + \mathbf{V}] + m_2[\mathbf{r}_2, \mathbf{v}'_2 + \mathbf{V}] =$$
$$= [m_1\mathbf{r}_1\mathbf{V}] + [m_2\mathbf{r}_2\mathbf{V}] + [\mathbf{r}_1 m_1\mathbf{v}'_1] + [\mathbf{r}_2 m_2 \mathbf{v}'_2].$$

Последние два члена в выражении для $\mathbf{L}$ представляют собой момент количества движения материальных точек в системе центра инерции $\mathbf{L}_c$. Воспользовавшись определением центра инерции

$$\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2},$$

получим окончательное выражение:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_c + [\mathbf{R}(m_1 + m_2)\mathbf{V}].$$

Таким образом, L складывается из «собственного» момента количества движения системы $\mathbf{L}_c$ и момента, связанного с движением системы материальных точек как целого.

1.73. а) $L = 2mvl$ относительно точек A, B, C и произвольной точки D в плоскости (см. решение задачи 1.71, которое легко обобщается на случай произвольного числа материальных точек).

б) Гантели после удара будут вращаться.

в) $\omega = 2v/l$.

1.74. $L = \frac{16}{15}\pi^2\rho R^5 \frac{1}{T} = 5{,}2 \cdot 10^{33}$ *кг · м²/сек*, где R — радиус Земли, T — период обращения Земли вокруг собственной оси.

1.75. $\frac{L}{L_c} = \frac{5}{2}\frac{l^2}{R^2} = 12{,}2 \cdot 10^4$,

где l — расстояние между Землей и Луной, R — радиус Луны.

1.76. $v = 2r_1 \sqrt{\frac{g(r_1 - r_2)}{r_1^2 + r_2^2}} = 1{,}65$ *м/сек.*

1.77. $\tau = \frac{L_2 - L_1}{Rmg \sin\alpha}$.

Указание. Воспользоваться решением задачи 1.72 и формулой

$$\Delta\mathbf{L} = \int_0^\tau \mathbf{M}\,dt.$$

1.78. $\tau = \frac{3}{2}\frac{R\omega}{g \sin\alpha}$.

1.79. $\omega = \frac{4v}{\left(1 + \frac{M}{3m}\right)l} = 58$ *сек*$^{-1}$.

1.80. $L = mh\sqrt{\frac{gh}{3}} = 4{,}7 \cdot 10^2$ *кг · м²/сек*;

$v = \sqrt{3gh} = 9{,}4$ *м/сек.*

1.81. $v_0 = \frac{M}{m}\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{3}{2}gl} - v$.

1.82. $\Delta\omega = \frac{mv\sin\alpha - m\omega R}{\left(\frac{2}{5}M + m\right)R}$.

1.83. $L = mR\sqrt{\frac{3}{2}gR}$.

1.84. а) $A_{90^\circ} = \frac{I_1^2\omega_1^2}{2I_2} = 9{,}4$ *дж*; $A_{180^\circ} = \frac{2I_1^2\omega_1^2}{I_2} = 38$ *дж*.

б) При поворачивании экспериментатором оси колеса на систему действует со стороны подставки внешний момент сил, направленный перпендикулярно к оси скамьи. Этот момент удерживает ось скамьи в вертикальном положении.

в) $M = \frac{I_1^2\omega_1^2}{I_2} = 19$ $кг \cdot м^2/сек^2$.

1.85. $L = \frac{Md}{l\omega}$; $|\Delta \mathbf{L}| = 2\frac{M}{\omega}$;

$$A = \int_0^\varphi \mathbf{M}\, d\varphi = 0, \text{ так как } d\varphi \perp \mathbf{M}.$$

1.86. Стержень A вместе с гироскопом будет вращаться в горизонтальной плоскости с угловой скоростью

$$\omega = \frac{l\,\Delta P}{L}.$$

1.87. $\tau = \frac{S}{S_1}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

1.88. $h = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2H} - \frac{S_1}{S}\sqrt{g}t\right)^2$.

1.89. $h = v^2/2g = 3{,}5$ *м*.

1.90. Жидкость принимает форму параболоида вращения, описываемого уравнением

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2,$$

где z отсчитывается от уровня жидкости на оси сосуда а r — расстояние до этой оси

$$p = p_0 + \frac{\rho\omega^2 r^2}{2}.$$

1.91. $\Delta p = \frac{\omega^2 R^2}{4}\rho = 10 \cdot 10^3$ $н/м^2$.

1.92. $w = \frac{2Sgh}{S_1 H} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ $м/сек^2$.

1.93. $f = 2\eta a h$.

1.94. $d_{max} \approx \sqrt[3]{\frac{9\eta^2}{g\rho_0(\rho - \rho_0)}}$.

1.95. $T = \pi\sqrt{\frac{ml}{F}}$.

1.96. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_Л^3}{\gamma M_Л}} = 108$ *мин.*

Указание. См. решение задачи 1.53.

1.97. См. рис. 86.

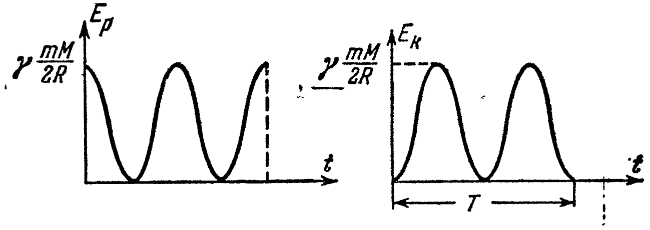

Рис. 86.

1.98. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1 + k_2}}$.

1.99. $x = \dfrac{mg}{k}\left(1 - \cos\sqrt{\dfrac{k}{m}}\,t\right)$; $T_{max} = 2mg$; $T_{min} = 0$.

1.100. $T = \pi R\sqrt{\dfrac{2m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$.

1.101. $a = \dfrac{mg}{k}\sqrt{1 + \dfrac{2hk}{g(m + M)}}$.

1.102. $T = 2\pi\sqrt[4]{\dfrac{l^2}{g^2 + w^2 + 2gw\sin\alpha}}$.

α берется со знаком минус, если вертикальная составляющая вектора $\mathbf{w}$ направлена вниз.

1.103. $a = \dfrac{g}{\omega}\sqrt{\dfrac{2h}{g} - \dfrac{1}{\omega^2}}$.

1.104. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1{,}5(R - r)}{g}}$.

1.105. $\omega_0 = \dfrac{\dot{\varphi}_{max}}{2}$.

1.106. $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2\pi}{\beta T}$.

1.107. $t_2 = t_1\dfrac{\ln(a_0/a_2)}{\ln(a_0/a_1)} = 31$ *сек.*

1.108. $t_n = \left(\dfrac{\operatorname{arctg}\left(-\dfrac{\beta}{\omega}\right)}{\pi} + n\right)\dfrac{T}{2}$,

где $T = 2\pi/\omega$, а $n = 1, 2, \ldots$

1.109. $s = \frac{a_0(1 + e^{-\beta T/2})}{1 - e^{-\beta T/2}}$, где $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

1.110. $A = \int_0^T f(t)\,dt = -\int_0^T F_0 \cos\omega t \cdot a\omega \sin(\omega t + \alpha)\,dt = -\pi a F_0 \sin\alpha$.

1.111. Направления скоростей частиц в точках A и C для случаев (а) и (б) показаны на рис. 87. Скорость v_B в обоих случаях равна нулю.

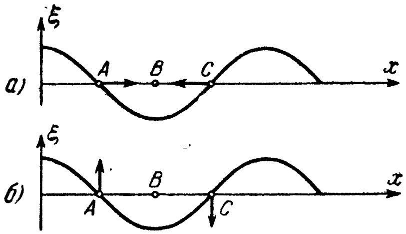

Рис. 87.

1.112. Расположим координатные оси x и y вдоль направлений распространения волн. Тогда уравнения волн будут иметь вид

$$\xi_1 = a\cos(\omega t - kx); \quad \xi_2 = a\cos(\omega t - ky + \alpha)$$

(α — разность фаз колебаний в точке $x = 0$, $y = 0$). Складывая оба колебания, получим:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \left[2a\cos\frac{k(y-x)-\alpha}{2}\right]\cos\left(\omega t - \frac{k(y+x)-\alpha}{2}\right).$$

Выражение в квадратичных скобках дает амплитуду результирующего колебания, выражение в круглых скобках — фазу. Амплитуда имеет одинаковую величину в точках, удовлетворяющих условию $y - x = \text{const}$. Максимумы амплитуды (равные $2a$) располагаются вдоль прямых

$$y = x + \frac{\alpha\lambda}{2\pi} \pm n\lambda, \quad \text{где } n = 0,\ 1,\ 2,\ \dots$$

(сплошные линии на рис. 88, выполненном в предположении, что $\alpha = 0$). Минимумы амплитуды (равные нулю) располагаются вдоль прямых

$$y = x + \frac{\alpha\lambda}{2\pi} \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

(штрих-пунктирные линии на рисунке).

Фаза имеет одинаковую величину в точках, удовлетворяющих условию $y+x=\text{const}$. Точки, лежащие на соседних пунктирных прямых (см. рисунок), колеблются в противофазе. Пунктирные прямые отстоят друг от друга на расстоянии $\lambda/\sqrt{2}$.

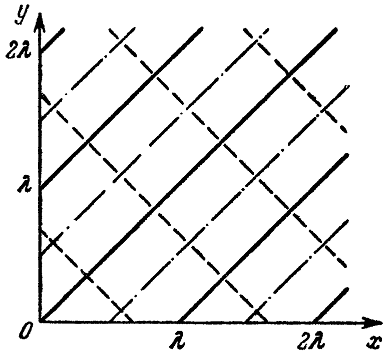

Рис. 88.

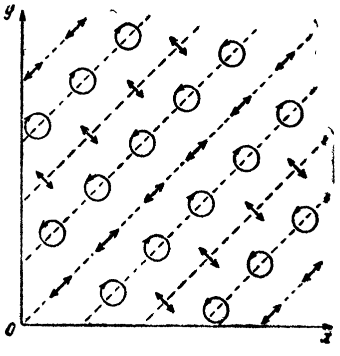

Рис. 89.

1.113. При надлежащем выборе осей x, y и z уравнения волн имеют вид

$$\xi_x = a\cos(\omega t - kx);\quad \xi_y = a\cos(\omega t - ky),$$

где ξ_x — смещение частиц среды вдоль оси x, ξ_y — смещение частиц вдоль оси y; разность фаз в начале координат мы положили равной нулю.

Каждая частица среды участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, разность фаз которых определяется координатами равновесного положения частицы x и y. В точках, удовлетворяющих условию $k(y-x)=\pm 2\pi n$, т. е в точках, лежащих на прямых $y=x\pm n\lambda$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$ частицы среды колеблются вдоль этих прямых. В точках лежащих на прямых $y=x\pm\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$, частицы среды колеблются перпендикулярно к этим прямым (и к оси z). Наконец, в точках, лежащих на прямых $y=x\pm\left(n\pm\frac{1}{4}\right)\lambda$, частицы среды движутся по окружностям (рис. 89). В остальных точках частицы среды движутся по эллипсам. Такой характер движения имеет место в любой плоскости $z=\text{const}$.

1.114. Изменение давления равняется плотности потока импульса:

$$\Delta p = \rho \frac{\partial \xi}{\partial t} v = \rho v a \omega \cos(\omega t - kx).$$

1.115. Взяв за начало координат середину стержня и направив ось x вдоль него, запишем уравнение n-го собственного колебания стержня:

$$\xi(x, t) = a_n \sin \frac{2\pi}{\lambda_n} x \sin 2\pi\nu_n t,$$

где $\lambda_n = \frac{2l}{2n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Записав ξ в таком виде, мы за начальный момент времени взяли тот момент, когда стержень находится в положении равновесия и сечения стержня вблизи его середины с $x > 0$ имеют скорость $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$. Далее легко получить:

$$\varepsilon_p = \frac{\rho v^2}{2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2}\rho a_n^2 \omega_n^2 \cos^2(2n-1)\pi \frac{x}{l} \sin^2 \omega_n t,$$

$$\varepsilon_k = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{2}\rho a_n^2 \omega_n^2 \sin^2(2n-1)\pi \frac{x}{l} \cos^2 \omega_n t,$$

где v — фазовая скорость продольных упругих волн, $\omega_n = 2\pi\nu_n$.

1.116. $\nu_n = \frac{v}{4l}(2n+1) = 10^2(2n+1)$ *гц*, где $n = 0, 1, 2, \ldots$

1.117. $\nu_n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}(2n+1) = 3{,}5 \cdot 10^3(2n+1)$ *гц*,
где $n = 0, 1, 2, \ldots$

1.118. $\Delta l = \frac{N-1}{N} l = 0{,}20$ *м*.

1.119. $v = 2\,\Delta l \nu = 340$ *м/сек*.

1.120. $\Delta l = \frac{l}{\frac{\nu}{\Delta\nu} + 1} = 1{,}0$ *см*.

1.121. а) В этом случае приемник воспринимает только частоту приближающегося источника. Биения отсутствуют.

б) $\Delta\nu = \nu_0 \frac{2vu}{v^2 - u^2} \approx \frac{2u}{v}\nu_0 = 10$ *гц*.

1.122. Возможно.

$$\Delta\nu = \frac{2u}{v}\nu_0 = 41{,}2 \text{ гц}.$$

1.123. $r_0 = r_1 \sqrt{10^{0,1L_1}} = 1{,}0$ *км*.

1.124. Указание. Воспользоваться выражением для средней плотности потока энергии $\frac{1}{2}\rho a^2\omega^2 v$ и результатом задачи 1.114.

1.125. $\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \sqrt{10^{0,1L_{12}}} = 3{,}2.$

1.126. 0,3 *дин/см²*.

ЧАСТЬ 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. $5{,}31 \cdot 10^{-26}$ *кг*.

2.2. $3{,}8 \cdot 10^{22}$.

2.3. $n = 3{,}3 \cdot 10^5$ *см*$^{-3}$; $\rho = 1{,}56 \cdot 10^{-14}$ *кг/м*^{3}.

2.4. $p = 1{,}9$ *мм* рт. ст.; $M = \frac{M_1N_1 + M_2N_2}{N_1 + N_2} = 41.$

2.5. а) $p = 2mnv^2 \cos^2 \vartheta$;

б) $p = 2mn(v \cos \vartheta \pm u)^2$; знаки плюс или минус зависят от направления движения стенки.

2.6. $v_{\text{ср. кв.}} = 4{,}78 \cdot 10^2$ *м/сек*; $\bar{\varepsilon} = 6{,}1 \cdot 10^{-21}$ *дж*.

2.7. а) 1,34; б) 1,49.

2.8. $\bar{\varepsilon}_{\text{пост}} = 3{,}67 \cdot 10^{-21}$ *дж*; $\bar{\varepsilon}_{\text{вращ}} = \bar{\varepsilon}_{\text{колеб}} = 2{,}44 \cdot 10^{-21}$ *дж*.

2.9. $E = 74$ *дж*; $E_{\text{пост}} = 0{,}5\, E = 37$ *дж*.

2.10. $c_V = 7{,}43 \cdot 10^2$ *дж/кг · град*; $c_p = 1{,}04 \cdot 10^3$ *дж/кг · град*.

2.11. $M = 32\ (O_2)$; $i = 5$.

2.12. $\bar{\varepsilon}_{\text{пост}} = \frac{3}{2}kT + \frac{\mu v^2}{2iN_A} = 5{,}8 \cdot 10^{-21}$ *дж*.

2.13. $c_V = 0{,}85\,\frac{C_{V1}}{\mu_1} + 0{,}15\,\frac{C_{V2}}{\mu_2} = 6{,}28 \cdot 10^2$ *дж/кг · град*;

$c_p = 0{,}85\,\frac{C_{p1}}{\mu_1} + 0{,}15\,\frac{C_{p2}}{\mu_2} = 8{,}75 \cdot 10^2$ *дж/кг · град*.

2.14. $p = \frac{m}{\mu}\,\frac{RT}{V}(1 + \alpha) = 0{,}85 \cdot 10^5$ *н/м²* (μ — масса киломоля H_2).

$\Delta Q = \frac{mR}{2\mu}(7 - \alpha)\,\Delta T = 0{,}21$ *дж*.

2.15. $T = \frac{z_1 i_1 T_1 + z_2 i_2 T_2}{z_1 i_1 + z_2 i_2}$; $p = \frac{z_1 + z_2}{V_1 + V_2} RT.$

2.16. $p = p_0 e^{-\frac{C}{V}t}$.

При давлениях, близких к предельному, до которого может откачивать насос, давление в сосуде падает значительно медленнее, чем следует из полученного закона.

2.17. 2,0 *мин.*

2.18. $\tau = \frac{V}{C} \ln \frac{p_0 - p_{\text{пред}}}{p - p_{\text{пред}}} = 15$ *мин.*

2.19. а) $C' = 19$ *л/сек*; б) $\tau = 9$ *мин*; в) в 2,6 раза.

Решение. При установившемся процессе масса газа, вытекающая из откачиваемого объема в единицу времени, равна массе газа, протекающего через вакуум-провод, и равна массе газа, откачиваемого насосом за то же время:

$$\frac{\mu}{RT} p \frac{dV'}{dt} = \frac{1}{W} \sqrt{\frac{\mu}{RT}} (p - p_1) = \frac{\mu}{RT} p_1 C,$$

где p — давление в откачиваемом объеме, p_1 — давление на конце вакуум-провода, соединенном с насосом. Из написанного соотношения

$$C' = \frac{dV'}{dt} = \frac{1}{\frac{1}{C} + \sqrt{\frac{\mu}{RT}} W}.$$

Давление в откачиваемом объеме будет изменяться по закону

$$p = p_0 e^{-\frac{C'}{V} t}.$$

2.20. $2{,}5 \cdot 10^{14}$ $см^{-3}$.

2.21. а) $2{,}8 \cdot 10^{21}$; б) $5{,}7 \cdot 10^{20}$.

2.22. а) 0,85%; б) 0,91%; в) 0,95%.

2.23. $v = \sqrt{3 \ln 2} \cdot v_{\text{вер } 1} = 1{,}44\, v_{\text{вер } 1}$, где $v_{\text{вер } 1} = \sqrt{\frac{2RT_1}{\mu}}$.

2.24. а) $\frac{\Delta n_2}{\Delta n_1} = 0{,}402$; б) $\frac{\Delta n_2}{\Delta n_1} = 0{,}585$; в) $\frac{\Delta n_2}{\Delta n_1} = 19{,}3$.

2.25. 0,95%.

2.26. $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$, где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$.

2.27. $\bar{v}_x = 0$; $\overline{|v_x|} = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$.

2.28. а) $2{,}2 \cdot 10^2$ *мм* рт. ст.; б) 3,5 *атм.*

2.29. а) $h = 5{,}5$ *км*; б) $h = \frac{RT}{\mu g} = 8{,}0$ *км.*

2.30. $h = 73$ *м.*

2.31. $P = p_0 S \left(1 - e^{-\frac{\mu g h}{RT}}\right)$.

2.32. $h_c = \dfrac{\int\limits_0^\infty h\,dm}{\int\limits_0^\infty dm} = \dfrac{RT}{\mu g}$ (см. задачу 2.29).

Указание. $\int\limits_0^\infty ze^{-z}\,dz = 1.$

2.33. а) $n = n_0 e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}}$; б) $f = p_0 S \left(e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}} - 1\right)$.

2.34. $\dfrac{\Delta n}{n} = e^{-3/2} \sim 22\%$.

2.35. $10^{-9}\%$.

Указание. При $\varepsilon \gg kT$ распределение Максвелла по кинетическим энергиям можно записать в виде

$$dn = Ane^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\,d\varepsilon, \text{ где } A = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{(kT)^{3/2}}.$$

2.36. $p = p_0 (1 - \beta h)^{\frac{\mu g}{\beta R T_0}}$; $\rho = \dfrac{\mu p_0}{RT_0}(1 - \beta h)^{\frac{\mu g}{\beta R T_0} - 1}$ $\left(h < \dfrac{1}{\beta}\right)$.

2.37. а) $\lambda \sim 10^{-5}$ *см*, $\tau \sim 10^{-10}$ *сек*; б) $\lambda \sim 10^{25}$ *м*, $\tau \sim 10^{17}$ *сек* $\sim 10^9$ лет.

2.38. $\lambda = 4 \cdot 10$ *м*, $\tau = 8 \cdot 10^{-2}$ *сек*.

2.39. $2 \cdot 10^{29}$ *сек*$^{-1}$.

2.40. $N = 6{,}1 \cdot 10^{21}$; $z = 2{,}3 \cdot 10^{30}$ *сек*$^{-1}$.

2.41. $p \sim 10^{-2}$ *мм* рт. ст.

2.42. а) $\lambda = \text{const}$, $z = \text{const}$;

б) $\lambda \sim \dfrac{1}{p}$, $z \sim p$;

в) $\lambda \sim p^{-1/\gamma}$, $z \sim p^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}}$.

2.43. а) $\lambda = \text{const}$, $z \sim \sqrt{T}$;

б) $\lambda \sim T$, $z \sim 1/\sqrt{T}$;

в) $\lambda \sim T^{\frac{1}{\gamma-1}}$, $z \sim T^{\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)}$.

2.44. а) Нет; б) $\lambda_{зв} \gg \lambda$; в) $\lambda_{зв} \sim \lambda$, где $\lambda_{зв}$ — длина звуковой волны, λ — длина свободного пробега молекул газа.

2.45. 3%.

2.46. $\lambda \sim 10^2$ *м*, $D \sim 10^7$ *м²/сек*.

2.47. $\eta = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ *пз*.

2.48. $\lambda = 5{,}9 \cdot 10^{-6}$ *см*; $D = 7{,}1 \cdot 10^{-6}$ *м²/сек*.

2.49. $\varkappa$ уменьшится в 1,15 раза, D увеличится в 1,74 раза.

2.50. а) λ уменьшится в 10 раз, η остается неизменным;

б) λ уменьшится в 5,2 раза, η уменьшится в 1,39 раза.

2.51. $\dfrac{dT}{dr} = \dfrac{T_2 - T_1}{r_2 - r_1} \cdot \dfrac{r_1 r_2}{r^2}$; $\varkappa = \dfrac{q}{4\pi (T_1 - T_2)} \cdot \dfrac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$.

2.52. $\dfrac{dT}{dr} = \dfrac{T_2 - T_1}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} \cdot \dfrac{1}{r}$; $q = \dfrac{2k}{d^2} \sqrt{\dfrac{RT}{\pi\mu}}\, \dfrac{T_1 - T_2}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}}$

$\left(\text{где } T = \dfrac{T_1 + T_2}{2}\right)$.

2.53. а) $q = \dfrac{ik}{3\pi d^2 l} \sqrt{\dfrac{RT}{\pi\mu}} (T_1 - T_2) = 20$ *вт/м²* $\Bigl($где $T = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$, i — число степеней свободы молекул газа, d — эффективный диаметр молекулы$\Bigr)$;

б) $q = i \sqrt{\dfrac{R}{18\pi\mu}}\, \dfrac{p}{\sqrt{T}} (T_1 - T_2) = 0{,}14$ *вт/м²* (в этом случае $\lambda \gg l$).

2.54. Выделим на диске кольцо, ограниченное радиусами r и $r + dr$. На это кольцо при колебаниях диска действует сила трения

$$df = \eta \frac{dv}{dz}\, dS = \eta \frac{r\dot{\varphi}}{d}\, 2\pi r\, dr,$$

где $\dot{\varphi}$ — угловая скорость диска. Момент силы df равен

$$dM = r\, df = \frac{2\pi\eta\dot{\varphi}}{d} r^3\, dr.$$

Полный момент сил трения, действующих на диск, равен

$$M = \int dM = \frac{2\pi\eta\dot{\varphi}}{d} \int_0^a r^3\, dr = b\dot{\varphi}, \qquad \text{где } b = \frac{\pi\eta a^4}{2d}.$$

Написав уравнение динамики для диска, легко найти для коэффициента затухания значение $\beta = \dfrac{b}{2I}$, где $I = \dfrac{ma^2}{2}$ — момент инерции диска. Наконец, использовав соотношение $\Lambda = \beta T \sim \beta T_0$, получим

$$\eta = \frac{2md}{\pi a^2} \frac{\Lambda}{T_0}.$$

2.55. $M = 4\pi\eta\omega_0 \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$.

2.56. Результирующее давление на подвижную пластину $\Delta p = p_1 - p$, где $p = nkT$ — давление газа в сосуде, $p_1 = n_1kT_1 + n_2kT$ — давление на поверхность подвижной пластины 2, обращенную к нагретой пластине 1. Здесь n_1 — число молекул газа, средняя скорость которых $\bar{v}_1 = \sqrt{8RT_1/\pi\mu}$, в единице объема между пластинами, n_2 — то же самое для молекул, средняя скорость которых $\bar{v} = \sqrt{8RT/\pi\mu}$. Так как при равновесном состоянии нигде не происходит накапливания молекул, то

$$\frac{n_1\bar{v}_1}{4} = \frac{n_2\bar{v}}{4} \quad \text{и} \quad \frac{n_1\bar{v}_1}{4} + \frac{n_2\bar{v}}{4} = \frac{n\bar{v}}{4},$$

откуда

$$\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{T_1}}; \quad n_2 = \frac{n}{2}.$$

Результирующая сила, действующая на пластину 2,

$$f = 2\,\Delta p\,S = pS\left(\sqrt{\frac{T_1}{T}} - 1\right).$$

Угол поворота подвижной системы определяется из условия $K\varphi = rf$. Коэффициент K и период τ_0, как известно, связаны соотношением $\tau_0 = 2\pi\sqrt{I/K}$. Окончательно

$$\varphi = \frac{\tau_0^2 Sr}{4\pi^2 I}\,p\left(\sqrt{\frac{T_1}{T}} - 1\right).$$

2.57. $\tau = \frac{4V}{S\bar{v}} \ln 2$, где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$.

Указание. Число ударов молекул в 1 *сек* об единичную площадку равно $\frac{1}{4} n\bar{v}$ (см. задачу 2.26).

2.58. а) При адиабатическом.

б) При изобарическом расширении $\Delta U > 0$, при изотермическом $\Delta U = 0$, при адиабатическом $\Delta U < 0$.

2.59. а) $p = 31$ *мм* рт. ст.; б) $Q' = 57$ *дж*; в) $\Delta U = -57$ *дж*.

2.60. а) $i = 3$; б) $\Delta U = 7{,}2 \cdot 10^6$ *дж*; в) $A = 4{,}8 \cdot 10^6$ *дж*.

2.61. а) $A' = (mg + p_0S)\,h - RT \ln\left(1 + \frac{p_0S + mg}{RT}\,h\right)$;

б) $A' = RT(1 - \ln 2) = 0{,}31RT$.

2.62. а) $\Delta U = 3{,}12 \cdot 10^5$ *дж*; б) $A' = 3{,}12 \cdot 10^5$ *дж*; в) в 10,4 раза.

2.63. а) При адиабатическом, в 1,6 раза. б) В результате адиабатического, в 2,5 раза.

2.64. а) $A' = \frac{p_0 V_0}{(\gamma-1)}\left[2^\gamma - \gamma - 1\right]$; б) $T = \frac{2\pi}{S}\sqrt{\frac{mV_0}{2\gamma p_0}}$.

2.65. $v = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{RT}{\mu}} = 4{,}0\cdot 10^3$ *м/сек.*

Указание. При стационарном адиабатическом течении газа вдоль любой линии тока выполняется соотношение

$$\frac{\rho v^2}{2} + U' + pV' + \rho g h = \text{const},$$

где U' — удельная внутренняя энергия и V' — удельный объем газа.

2.66. $v = \sqrt{\frac{2\gamma}{\mu(\gamma-1)}RT_0\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$;

$$q = \rho v S = S\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}p_0\rho_0\left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]},$$

где ρ_0 и ρ — плотность газа в резервуаре и на выходе из трубы

2.67. $n = -1$; $\Delta U = \frac{8p_0V_0}{\gamma-1}$; $A = 4p_0V_0$; $C = \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)R$.

2.68. $C = -0{,}5R$; $Q = 0{,}5R = 4{,}16\cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*; $A = 2R = 16{,}6\cdot 10^3$ *дж/кмоль·град.*

2.69. $C = \frac{n-\gamma}{n-1}C_V = \frac{n-\gamma}{(\gamma-1)(n-1)}R$.

$C < 0$, если $1 < n < \gamma$. Следовательно, $C < 0$ для всех политропических процессов, проходящих через исходное состояние *1*

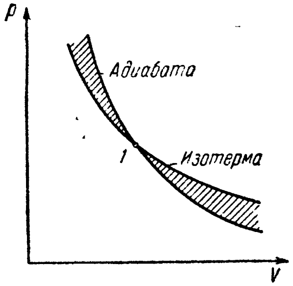

Рис. 90.

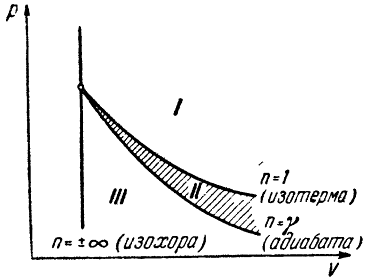

Рис. 91.

и лежащих между изотермой и адиабатой для данного газа (рис. 90).

2.70. а) $n < 1$ (кривые, изображающие ход такого процесса, лежат в области *I* рис. 91);

б) $1 < n < \gamma$ (область *II*);

в) $n > \gamma$ (область III); работа совершается за счет внутренней энергии газа.

2.71. $A = \alpha \ln 2 - \frac{R}{\gamma - 1} T_1$; $pV^{\gamma} e^{\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV}} = \text{const}$.

2.72. $Q = 0{,}5\, RT_1 = 1{,}25 \cdot 10^6$ *дж*; $A = 0{,}5\, RT_1 = 1{,}25 \cdot 10^6$ *дж*; $\Delta U = 0$.

2.73. $T_2 = 264°$ К; $Q' = 1{,}76 \cdot 10^3$ *дж*; $\Delta U = -1{,}62 \cdot 10^3$ *дж*; $A = -0{,}14 \cdot 10^3$ *дж*.

2.74. $i = 5$.

2.75. $\eta = 50\%$; $Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{p_1}{p_2} = 2{,}9 \cdot 10^6$ *дж*;

$Q_2' = (1 - \eta)\, Q_1 = 1{,}4 \cdot 10^6$ *дж*; $A = 1{,}4 \cdot 10^6$ *дж*.

2.76. $\varepsilon = 3{,}1$; $Q_2 = \varepsilon A = 4{,}8 \cdot 10^5$ *дж*; $Q_1' = (1 + \varepsilon) A = 6{,}4 \cdot 10^5$ *дж*.

2.77. $A = 4{,}9 \cdot 10^4$ *дж*; $\eta = \frac{\gamma - 1}{2\gamma + 1} = 10{,}5\%$.

2.78. $A = \frac{m}{\mu} RT \left[\ln a - \frac{a-1}{a}\right] = 1{,}27 \cdot 10^6$ *дж*, где $a = \frac{V_{max}}{V_{min}}$,

$$\eta = \frac{\ln a - \frac{a-1}{a}}{\ln a + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{a-1}{a}} = 13\%; \quad \frac{\eta}{\eta_0} = 0{,}27.$$

2.79. $\eta = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.

2.80. а) $\Delta S = 2{,}6 \cdot 10^4$ *дж/кмоль · град*;

б) $\Delta S = 3{,}5 \cdot 10^4$ *дж/кмоль · град*.

2.81. а) $\Delta S = 31$ *дж/град*; б) $\Delta S = 9{,}2$ *дж/град*.

2.82. $\Delta S_{12} = \Delta S_{132} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$.

2.83. $\Delta S = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 4{,}6 \cdot 10^4$ *дж/град*.

2.84. $\Delta S = \frac{(n - \gamma)}{(n - 1)(\gamma - 1)} R \ln \frac{T_2}{T_1}$.

2.85. а) $\Delta S = -0{,}33$ *дж/град*;

б) $\Delta S = R \ln 2 = 5{,}7 \cdot 10^3$ *дж/кмоль · град*;

в) $\Delta S = -6{,}7$ *дж/град*.

2.86. См. рис. 92.

2.87. $\Delta S = \frac{m_1}{\mu_1} \ln \frac{V_2 + V_1}{V_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \ln \frac{V_2 + V_1}{V_2} = 6{,}3$ *дж/град*.

2.88. $\Delta U = 0;\ \Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln 2.$

Указание. Поскольку температура идеального газа при этом процессе не изменяется, при вычислении ΔS рассмотреть изотермический обратимый процесс расширения газа.

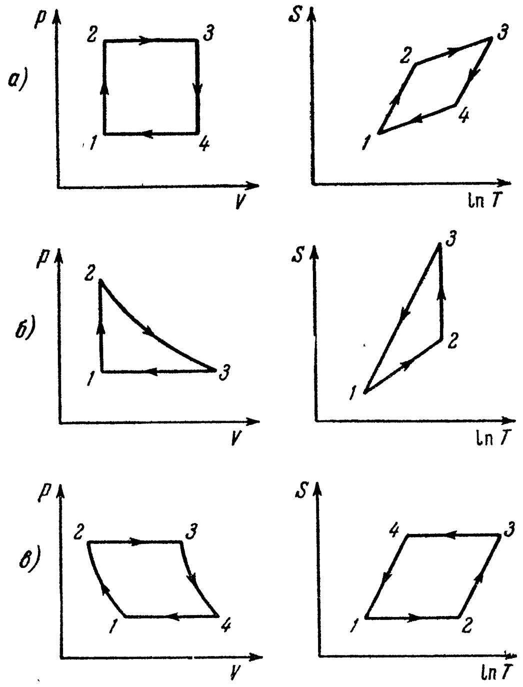

Рис. 92.

2.89. $p_1 = 12$ *атм*; $p_2 = 13$ *атм*.

2.90. $A = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} - a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$

2.91. $Q = 4{,}0 \cdot 10^6$ *дж*; $\Delta U = 0{,}11 \cdot 10^6$ *дж*; $A = 3{,}9 \cdot 10^6$ *дж*.

2.92. $C_V = \frac{i}{2} R;\ C_p - C_V = \dfrac{R}{1 - \dfrac{2a(V-b)^2}{RTV^3}};$

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b)^{\frac{C_V + R}{C_V}} = \text{const} \quad \text{или} \quad T(V-b)^{R/C_V} = \text{const}.$$

2.93. а) 4,3 *л*; б) $2{,}2\cdot 10^7$ *н/м*^{2} = 215 *ат*; в) нет.

2.94. $T_{кр} = 31°$ C; $\rho_{кр} = 3{,}4\cdot 10^2$ *кг/м*^{3}.

2.95. 1) $m = \frac{8}{3}\frac{\mu p_{кр}}{RT_{кр}} V = 5{,}2$ *г*; 2) см. рис. 93.

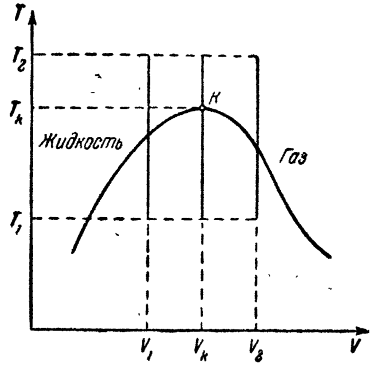

Рис. 93.

2.96. $\Delta U = 0$; $A_i = -a\frac{V_2}{V_1+V_2}$; $\Delta T = -\frac{a}{C_V}\frac{V_2}{V_1+V_2}$.

2.97. $\Delta T = -2{,}54°$ К; $A_i = -73$ *дж*.

2.99. $\Delta U > 0$ в обоих случаях.

2.100. $\Delta S > 0$. Энтропия возрастает, так как дросселирование — необратимый адиабатический процесс.

2.101. $\Delta S = R\ln\frac{V_2-b}{V_1-b}$.

2.102. $p_h = p_0 - \frac{2\alpha\cos\vartheta}{r}h$; $p_A = p_0 - \frac{2\alpha}{r}$; $p_B = p_0$.

2.103. $\Delta h = \frac{2\alpha\cos\vartheta}{\rho g}\frac{(r_1-r_2)}{r_1 r_2} = 0{,}94$ *см*; $p = 214$ *мм* рт. ст.

2.104. а) $r = \frac{2\alpha}{p_0} = 1{,}3$ *мк*; б) $r = \frac{8\alpha}{12p_0+\rho g l} = 0{,}44$ *мк*.

2.105. $p = 2{,}20$ *ат*.

2.106. $h = \frac{1}{\rho g}\left[p_0(n^3-1) + \frac{2\alpha}{r}n(n^2-1)\right] = 5{,}6$ *м*.

2.107. $\Delta p = \frac{4\alpha}{r} = 0{,}22$ *мм* рт. ст.; $F = 8\pi r^2\alpha = 3{,}9\cdot 10^{-5}$ *дж*;

$$A = F + \frac{4}{3}\pi r^3 p_0\left(1+\frac{4\alpha}{rp_0}\right)\ln\left(1+\frac{4\alpha}{rp_0}\right)$$ (p_0 — атмосферное давление).

При $\frac{4\alpha}{rp_0} \ll 1 \quad A \approx \frac{40}{3}\pi r^2\alpha = 6{,}5 \cdot 10^{-5}$ *дж.*

2.108. $h = \frac{2\alpha}{\rho g d} = 2{,}8$ *см*; $f = \frac{2\alpha^2}{\rho g d^2} l = 0{,}59$ *н.*

2.109. Притягиваются; $f = \frac{2\alpha^2 \cos^2 \vartheta}{\rho g d^2} l.$

2.110. $f \approx n(n-1)\pi r^2 \frac{2\alpha}{d} \cos\vartheta = 2{,}9$ *кГ.*

Указание. Учесть, что $r \gg d$.

2.111. $f = 7{,}3 \cdot 10^2$ *н.*

2.112. $y = \frac{\alpha \cos\vartheta}{\rho g \operatorname{tg}(\varphi/2)} \cdot \frac{1}{x}$; гипербола.

2.113. $\Delta F = \alpha\, 4\pi r^2 (2 - \sqrt[3]{4}) = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ *дж*;

$\Delta S = 5{,}6 \cdot 10^{-3}$ *дж/град.*

2.114. $\Delta S = 108$ *дж/град.*

2.115. $p = Ce^{-\frac{\mu g}{RT}}$, где C — константа.

2.116. $\ln\frac{p}{p_0} = \mp \frac{2\mu\alpha}{\rho RT} \cdot \frac{1}{r}.$

Знак минус для вогнутой поверхности жидкости, знак плюс — для выпуклой.

2.117. $r = \frac{2\mu\alpha}{\rho RT \ln\frac{p}{p_{нас}}} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ *см*; капли меньшего радиуса будут испаряться.

ЧАСТЬ 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

3.1. $\frac{f_e}{f_g} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\gamma}\left(\frac{e}{m_e}\right)^2 = 4{,}2 \cdot 10^{40}.$

3.2. $w = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 m_e} = 2{,}5 \cdot 10^8$ *м/сек²*.

3.3. $\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} \frac{q_i q_k'}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k'|^3} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k').$

3.4. $\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \int_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV\, dV'.$

3.5. $f = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 b} = 8{,}1$ *н/м*; $A = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{b}{a} = 0{,}112$ *дж/м.*

3.6. $f_e = \frac{eU}{r \ln(b/a)} = 4{,}9 \cdot 10^{-15}$ *н*; $f_м = \frac{pU}{r^2 \ln(b/a)} = 1{,}9 \cdot 10^{-22}$ *н*.

3.7. а) $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{6q}{a}$, $E = 0$;

б) $\varphi = 0$, $E = 0$.

3.8. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}$,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i).$$

3.9. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})\, dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\, dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3},$$

3.10. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(r^2 + x^2)^{1/2}}$; $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qx}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$.

Для $x \gg r$ $\varphi \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x}$, $E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x^2}$ (как для точечного заряда).

$E_m = 1{,}92 \cdot 10^4$ *в/м*. $x_m = \pm r/\sqrt{2} = \pm 42{,}4$ *мм*.

Для кривой потенциала x_m является точкой перегиба.

3.11. $E = \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi r^2} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}}\right)$.

При $x \ll r$ $E = \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi r^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (поле бесконечной заряженной плоскости).

При $x \gg r$ $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x^2}$ (поле точечного заряда).

$E = 1{,}00 \cdot 10^6$ *в/м*.

Указание. Воспользоваться результатом задачи 3.10 и принципом суперпозиции полей.

3.12. $E = \frac{qx}{2\varepsilon_0 \pi (b^2 - a^2)} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{b^2 + x^2}}\right)$.

При $x \gg b$ $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ (поле точечного заряда).

Указание. Воспользоваться результатом задачи 3.11 и принципом суперпозиции полей.

3.13. $a = b\sqrt{3}$; $r = 2b$; $\vartheta = 60°$.

3.14. $\varphi=\frac{R\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$.

Указание. Для нахождения E поместить в центр полусферы начало сферической системы координат, разбить поверхность полусферы на полоски площади $dS=2\pi R^2 \sin\vartheta\, d\vartheta$ и воспользоваться ответом задачи 3.10.

3.15. $\varphi_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3}{2}\frac{q}{R}=6{,}8\cdot 10^5$ *в*.

Указание. Воспользоваться результатом задачи 3.9 для φ.

3.16. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3}{2}\frac{q}{R^3}\left(R^2-\frac{1}{3}r^2\right)$; $\varphi=6{,}2\cdot 10^5$ *в*.

3.17. Поле внутри полости однородно и имеет напряженность

$$\mathbf{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\mathbf{a},$$

где $\mathbf{a}$ — вектор, проведенный из центра сферы в центр полости. Указание. Воспользоваться векторным выражением для напряженности поля внутри объемно заряженной сферы и принципом суперпозиции полей.

3.18. а) $E_1=E_2=E$; $D_1=D$; $D_2=\varepsilon D$.

б) $E_1=E_2=\frac{2}{1+\varepsilon}E$; $D_1=\frac{2}{1+\varepsilon}D$; $D_2=\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}D$.

Густота линий E во всем зазоре одинакова; линии D в части зазора *2* в ε раз гуще, чем в части зазора *1*.

3.19. а) $E_1=\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}E$; $E_2=\frac{2}{1+\varepsilon}E$;

$D_1=D_2=\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}D$.

б) $E_1=E$; $E_2=\frac{1}{\varepsilon}E$; $D_1=D_2=D$.

Густота линий D во всем зазоре одинакова; линии E в части зазора *2* в ε раз реже, чем в части зазора *1*.

3.20. $E_2=\frac{1}{\varepsilon_2}E_1\sqrt{\varepsilon_2^2\sin^2\alpha_1+\varepsilon_1^2\cos^2\alpha_1}=5{,}2$ *в/м*;

$\alpha_2=\operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\operatorname{tg}\alpha_1\right)=74°$;

$\sigma'=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1(\varepsilon_2-1)}{\varepsilon_2}E_1\cos\alpha_1=6{,}4\cdot 10^{-11}$ *к/м*^{2}

(через ε_2 обозначена диэлектрическая проницаемость стекла).

3.21. $\sigma'_{max}=(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E=3{,}5\cdot 10^{-9}$ *к/м*^{2};

$\overline{\sigma'}=\frac{1}{2}\sigma'_{max}=1{,}8\cdot 10^{-9}$ *к/м*^{2}.

3.22. $\omega=\sqrt{\frac{3P_rE}{l^2\delta}}$.

3.23. $f=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2a)^2}=3{,}6\cdot10^{-4}$ *н*.

Указание. Из условия равновесия зарядов на проводнике вытекает, что поле внутри металла, представляющее собой суперпозицию поля заряда q и поля индуцированных на стенке поверхностных зарядов σ, равно нулю. Следовательно, поле, создаваемое зарядами σ в металле, совпадает с полем, которое создавал бы заряд $-q$, помещенный в ту же точку, где находится заряд q. В силу симметрии поле, создаваемое зарядами σ вне металла, совпадает с полем, которое создал бы заряд $-q$, помещенный в точку внутри металла, являющуюся зеркальным изображением точки, в которой находится заряд q (рис. 94). Фиктивный заряд $-q$ называют изображением заряда q, а метод решения с использованием таких фиктивных зарядов — методом изображений.

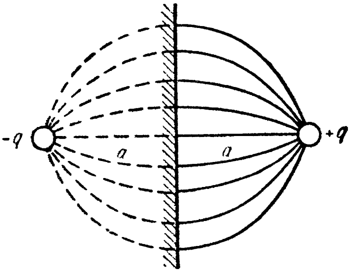

Рис. 94.

3.24. $\sigma=-\frac{qa}{2\pi(a^2+x^2)^{3/2}}$; $q_{\text{инд}}=-q$.

3.25. $U_1=200$ *в*; $U_2=100$ *в*; $q=2{,}0\cdot10^{-8}$ *к*; $C=66$ *пф*.

3.26. $q_1=q_2=q_3=\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3}\mathcal{E}=5{,}5\cdot10^{-5}$ *к*.

3.27. $q_1=\frac{C_1}{2}\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2}\mathcal{E}=-2{,}4\cdot10^{-5}$ *к*;

$q_2=\frac{C_2}{2}\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2}\mathcal{E}=-3{,}6\cdot10^{-5}$ *к*;

$q_3=\frac{C_2-C_1}{2}\mathcal{E}=+6{,}0\cdot10^{-5}$ *к*.

3.28. $C_1=\frac{\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln[(2b-d)/d]}=9{,}5$ *пф/м*.

3.29. а) $C=2\pi\varepsilon\varepsilon_0\frac{a(b-a)}{b-2a}$.

б) При $b\gg a$ $C\approx2\pi\varepsilon\varepsilon_0a=C'/2$, где C' — емкость шара радиуса a.

в) $C=0{,}58$ *пф*.

3.30. $A = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{a-b}{ab} = 0{,}9 \cdot 10^{-5}$ *дж.*

3.31. $\overline{\rho'} = -\frac{U}{d^2} \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2 \ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)} = -0{,}88 \cdot 10^{-2}$ *к/м*^{3};

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\ln(\varepsilon_2/\varepsilon_1)} = 280 \text{ пф}.$$

3.32. Пусть начало оси x совпадает с положительно заряженной обкладкой. Тогда $D = D_x > 0$ и $E = E_x > 0$, причем

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{S\varepsilon_0\varepsilon(x)} = E(x).$$

Рассмотрим параллельную обкладкам плоскость, отстоящую от начала координат на расстоянии x. Поток вектора **E** через нее равен $\Phi(x) = E(x)S$ и имеет направление вдоль оси x. Возьмем слой диэлектрика толщины dx. В этот слой будет втекать поток $\Phi(x)$ и вытекать поток $\Phi(x + dx) = \Phi(x) + \frac{d\Phi}{dx}dx$. Полный поток вектора **E**, вытекающий из слоя наружу, имеет величину $\frac{d\Phi}{dx}dx = S\frac{dE}{dx}dx$. По теореме Гаусса этот поток должен быть равен заключенному внутри слоя связанному заряду $\rho'(x)S\,dx$, деленному на ε_0:

$$S\frac{dE}{dx}dx = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho'(x)S\,dx.$$

Отсюда получаем:

$$\rho'(x) = \frac{d(\varepsilon_0 E)}{dx} = -\frac{q}{S\varepsilon^2}\frac{d\varepsilon}{dx}.$$

Суммарный объемный заряд находим интегрированием:

$$q' = \int \rho'(x)S\,dx = q\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}.$$

Полный связанный заряд (объемный плюс поверхностный), как и должно быть, равен нулю. Рекомендуем это проверить.

3.33. а) $W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}(\sqrt{2} + 4)$;

б) $W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}(\sqrt{2} - 4)$;

в) $W = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}\sqrt{2}.$

3.34. $W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \sum_{\substack{k=1 \\ (\text{кроме } k=i)}}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_k}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|}$

(см. ответ задачи 3.8), что более компактно можно записать в виде

$$W=\frac{1}{2}\sum_{\substack{i,\,k=1\\(i\neq k)}}^{N}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_iq_k}{|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_k|}.$$

3.35. $W=\frac{1}{2}\int\limits_V \rho(\mathbf{r}')\,dV'\int\limits_V \frac{\rho(\mathbf{r})\,dV}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}.$

Указание. Применить формулу

$$W=\frac{1}{2}\int\limits_V \varphi(\mathbf{r}')\,\rho(\mathbf{r}')\,dV'$$

и использовать ответ задачи 3.9.

3.36. $A=\frac{q^2\,\Delta x}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}=1{,}13\cdot10^{-5}$ *дж.*

3.37. $W=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=2{,}7\cdot10^{-2}$ *дж.*

3.38. $W=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{6}{10}\frac{q^2}{R}$; $W_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{10}\frac{q^2}{R}$; $W_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{5}{10}\frac{q^2}{R}$.

Указание. Для вычисления W применить формулу

$$W=\frac{1}{2}\int \varphi(\mathbf{r})\,\rho(\mathbf{r})\,dV$$

и использовать ответ задачи 3.16.

3.39. $R=\frac{R_1}{2}+\sqrt{\frac{R_1^2}{4}+R_1R_2}=4$ *ом.*

Указание. Поскольку цепь бесконечна, все звенья, начиная со второго, могут быть заменены сопротивлением, равным искомому сопротивлению R.

3.40. $R=\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$; при $b\to\infty$ $R=\frac{\rho}{4\pi a}$.

3.41. $i=\frac{US}{d}\,\frac{\sigma_2-\sigma_1}{\ln(\sigma_2/\sigma_1)}=5{,}9\cdot10^{-9}$ *а.*

3.42. 1. а) $E_1=\frac{\rho_1 U}{\rho_1 d_1+\rho_2 d_2}=25\cdot10^3$ *в/м*;

$E_2=\frac{\rho_2 U}{\rho_1 d_1+\rho_2 d_2}=50\cdot10^3$ *в/м*;

$D_1=\varepsilon_0\varepsilon_1E_1=0{,}44\cdot10^{-6}$ *к/м*^{2}; $D_2=\varepsilon_0\varepsilon_2E_2=1{,}33\cdot10^{-6}$ *к/м*^{2},

б) $\sigma_1=D_1=0{,}44\cdot10^{-6}$ *к/м*^{2}; $\sigma_2=-D_2=-1{,}33\cdot10^{-6}$ *к/м*^{2};

$\sigma=D_2-D_1=0{,}89\cdot10^{-6}$ *к/м*^{2};

в) $\sigma_1' = -\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)E_1 = -0{,}22 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*;

$\sigma_2' = \varepsilon_0(\varepsilon_2 - 1)E_2 = +0{,}88 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*;

$\sigma' = -(\sigma_1' + \sigma_2') = -0{,}66 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*;

г) $j = E_1/\rho_1 = E_2/\rho_2 = 2{,}5$ *ма.*

2. а) $E_1 = \frac{U}{d_1} = 50 \cdot 10^3$ *в/м*, $E_2 = 0$;

$D_1 = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_1 = 0{,}88 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*, $D_2 = 0$;

б) $\sigma_1 = D_1 = 0{,}88 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*, $\sigma_2 = 0$,

$\sigma = -D_1 = -\sigma_1 = -0{,}88 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*;

в) $\sigma_1' = -\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)E_1 = -0{,}44 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*, $\sigma_2' = 0$,

$\sigma' = -\sigma_1' = 0{,}44 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*;

г) $j = 0$.

3.43. $i = \frac{UC}{\rho\varepsilon\varepsilon_0} = 0{,}97$ *ма.*

3.44. $i = \frac{UC}{\rho\varepsilon\varepsilon_0}$.

Можно рекомендовать два способа решения:

1. Написать выражение для силы тока, текущего через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую одну из обкладок конденсатора. Затем применить к той же поверхности теорему Гаусса для **E**.

2. Разбить пространство между обкладками на очень малые (в пределе — бесконечно малые) объемы, ограниченные эквипотенциальными поверхностями и линиями напряженности **E** (совпадающими с линиями вектора **j**). Написать выражения для сопротивления и емкости возникшей в результате такого разбиения параллельно-последовательной системы бесконечно большого числа сопротивлений (конденсаторов). Учесть, что расположение вдоль эквипотенциальных поверхностей бесконечно тонких идеально проводящих прокладок не изменяет ни емкости, ни сопротивления системы.

3.45. $R = \frac{\rho(b - 2a)}{2\pi a(b - a)}$. При $b \gg a$ $R = \frac{\rho}{2\pi a} = 2R_1$,

где R_1 — сопротивление между шариком и внешней границей окружающей его среды (см. ответ к задаче 3.40).

Указание. Воспользоваться результатами задач 3.29 и 3.44.

3.46. $i = U\frac{a}{d}\varepsilon_0(\varepsilon - 1)v = 1{,}7 \cdot 10^{-9}$ *а.*

3.47. $t = -RC\ln\left(1 - \frac{U}{U_0}\right) = 0{,}69$ *мсек.*

3.48. $\rho=\frac{\tau}{\varepsilon\varepsilon_0 \ln(q_0/q)}=2{,}33\cdot10^{13}$ *ом·м*.

3.49. $q=q_0e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t}$; $Q=\frac{q_0^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$.

Решение. Ток через поверхность радиуса r ($a\leqslant r\leqslant b$) равен

$$i(r)=4\pi r^2 j(r)=4\pi r^2\sigma E(r),\ \text{где}\ E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q(r)}{r^2};$$

$q(r)$ — свободный заряд, заключенный внутри сферы радиуса r. Силу тока $i(r)$ можно представить в виде $-\frac{dq(r)}{dt}$. Заменяя $i(r)$ и $E(r)$ их значениями, получим:

$$\frac{dq(r)}{dt}=-4\pi r^2\sigma\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q(r)}{r^2},\ \text{откуда}\ q(r)=q_0e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t}.$$

Последняя формула дает и закон изменения $q=q(a)$. Выражение для силы тока

$$i(r)=-\frac{dq(r)}{dt}=\frac{\sigma q_0}{\varepsilon\varepsilon_0}e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}t}$$

не зависит от r. Следовательно, $i(r)$ одинакова для всех r. Количество выделившегося тепла находим по формуле

$$Q=\int_0^\infty Ri^2\,dt,$$

где в качестве R нужно взять значение, найденное в задаче 3.49 (заменив ρ на σ).

3.50. $\varphi_1-\varphi_2=-4{,}5$ *в*.

3.51. $\varphi_A-\varphi_B=0$.

3.52. а) $i_1=i_3=+1a$; $i_2=i_4=-1a$. Не изменятся.

б) $i_1=-0{,}92a$, $i_2=+0{,}04a$, $i_3=+0{,}36a$, $i_4=+0{,}52a$.

3.53. $i_1=\frac{R_2(\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_3)+R_3(\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}=-6{,}3$ *ма*;

$i_2=\frac{R_1(\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_3)+R_3(\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}=+1{,}8$ *ма*;

$i_3=\frac{R_1(\mathcal{E}_3-\mathcal{E}_2)+R_2(\mathcal{E}_3-\mathcal{E}_1)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}=+4{,}5$ *ма*;

$i_4=0$.

3.54. $U=U_0\frac{Rx}{Rl+R_0(l-x)x/l}$; при $R\gg R_0$ $U=U_0\frac{x}{l}$.

3.55. 12 *м*.

3.56. $n=\sqrt{\frac{R}{R_0}N}=6$; $W_{\max}=3{,}0$ *квт*.

3.57. а) $i = \frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$; б) $q = q_0\left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) = 0{,}89 \cdot 10^{-3}$ *к*;

в) $Q = \frac{q_0^2}{2C}\left(1 - e^{-\frac{2\tau}{RC}}\right) = 0{,}25$ *дж*.

3.58. $Q = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{CU^2}{2} = 6{,}25 \cdot 10^{-2}$ *дж*.

3.59. а) $B = \mu_0 \frac{i}{2R} = 6{,}3 \cdot 10^{-6}$ *тл*;

б) $B = \mu_0 \frac{R^2 i}{2(R^2 + b^2)^{3/2}} = 2{,}3 \cdot 10^{-6}$ *тл*.

3.60. $B = \mu_0 \frac{i}{2R} \frac{n}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$. В пределе при $n \to \infty$ $B = \mu_0 \frac{i}{2R}$ (ср. с ответом к задаче 3.59, а).

3.61. $B = \mu_0 \frac{i}{4\pi b} \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4b^2}} = 8{,}9 \cdot 10^{-6}$ *тл*.

3.62. $H = \frac{ni}{2}\left[\frac{(l/2) - x}{\sqrt{r^2 + [(l/2) - x]^2}} + \frac{(l/2) + x}{\sqrt{r^2 + [(l/2) + x]^2}}\right]$.

а) $H = ni$; б) $H = ni/2$.

3.63. $p_m = i\pi R^2 \left(\frac{N}{3} + \frac{1}{2}\right) = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ $a \cdot м^2$;

$H = \frac{i}{2R}\left(\frac{N}{2} + N \ln N\right) = 0{,}9 \cdot 10^2$ *а/м*.

Указание. Воспользоваться формулой приближенного вычисления сумм при помощи интегралов:

$$f(a) + f(a+h) + f(a+2h) + \ldots + f(b) = \frac{1}{h}\int_a^b f(x)\,dx + \frac{1}{2} f(a) + \frac{1}{2} f(b)$$

(см., например, Я. Б. Зельдович и А. Д. Мышкис, Элементы прикладной математики, Изд-во «Наука», 1965).

3.64. $\mathbf{H} = \frac{1}{2}[\mathbf{jr}]$ для $r \leqslant R$, $\mathbf{H} = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r^2}[\mathbf{jr}]$ для $r \geqslant R$.

3.65. Поле внутри полости однородно и имеет напряженность $\mathbf{H} = \frac{1}{2}[\mathbf{jb}]$, где $\mathbf{b}$ — вектор, проведенный от оси провода к оси полости, перпендикулярный к этим осям.

Указание. Воспользоваться ответом предыдущей задачи и принципом суперпозиции полей.

3.66. $B = \mu_0 \frac{4\pi\sigma n R}{3} = 2{,}6 \cdot 10^{-11}$ *тл*.

3.67. $B = 0$.

3.68. $M = \frac{2}{5} mR^2\omega$; $p_m = \frac{1}{5} qR^2\omega$; $\frac{p_m}{M} = \frac{q}{2m}$.

3.69. $H_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 H_1 = 10 \cdot 10^2$ *а/м*.

3.70. $H = \frac{U_m r}{2d} \sqrt{\sigma^2 + (\varepsilon\varepsilon_0\omega)^2} \cos\left(\omega t + \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon\varepsilon_0\omega}{\sigma}\right)$.

3.71. Указание. Рассмотреть циркуляцию вектора **H** по произвольному контуру, расположенному на сферической поверхности радиуса r $(a < r < b)$; учесть токи смещения.

3.72. $f = \frac{3\pi\mu_0 N^2 r^4 i^2}{2l^4} = 4 \cdot 10^{-9}$ *н*.

3.73. $r_m = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$;

$\chi = (\mu - 1) = \frac{f_m \delta}{\mu_0 m H_0^2} \sqrt{\frac{e}{\alpha}} = 0{,}77 \cdot 10^{-5}$ (δ — плотность шарика).

3.74. $f = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} i_1 i_2 \frac{a^2}{b^2 - (a/2)^2} = 6 \cdot 10^{-6}$ *н*;

$A = \frac{\mu\mu_0}{\pi} i_1 i_2 a \ln \frac{2b + a}{2b - a} = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ *дж*.

3.75. $i_{max} = \frac{k}{2NSB} \operatorname{arctg} \frac{l_2}{2l_1} = 0{,}9$ *ма* (S — площадь рамки).

3.76. $B = \frac{\sigma_p \pi d^2}{4ir} = 1{,}8 \cdot 10^4$ *тл*

(предельное достижимое при помощи электромагнитов с железным сердечником значение B составляет менее 10 *тл*).

3.77. $P = \frac{\pi\mu\mu_0 d^2 n N i^2}{4l} = 1{,}3 \cdot 10^{-8}$ *н*.

3.78. $U = B\pi n l (l - 2l_1) = 5{,}3$ *мв*.

3.79. а) $U = \frac{4\pi^2 n^2 a^2 m_e}{2e} = 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ *в*; б) $U = 2\pi^2 n^2 a^2 B = 3{,}4$ *в*.

3.80. $v = \frac{mgR}{B^2 l^2} (1 - k \operatorname{ctg} \alpha)$.

3.81. $H = \frac{qR}{2\mu_0 SN} = 4{,}0 \cdot 10^5$ *а/м*.

3.82. $L = \frac{\pi\mu\mu_0 N^2 d^2}{4(l + 0{,}45d)} = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ *гн*.

3.83. $L = \frac{\mu\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{b - a}{a} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ *гн*.

3.84. $C_1 = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln(b/a)} = 100$ *пф/м*; $L_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a} = 2{,}6\cdot10^{-7}$ *гн/м*.

Указание. Для нахождения L_1 вычислить энергию связанного с кабелем магнитного поля.

3.85. а) $\tau_1 = 0{,}58$ *сек*; б) $\tau_2 = 2\tau_1 = 1{,}16$ *сек*.

3.86. $Q = \frac{R}{R+R_0}\frac{L\mathscr{E}^2}{2R_0^2} = 6{,}0\cdot10^{-6}$ *дж*.

Указание. Воспользоваться выражением для энергии тока.

3.87. $\mu = \frac{(\pi d - l)H}{Ni - lH} = 3800$.

3.88. $\mu \approx 9800$ при $H = 65$ *а/м*.

3.89. $W = \frac{BH}{2}\pi(b+a)(b-a)^2 = 2{,}4$ *дж*.

Указание. Воспользоваться графиком, изображенным на рис. 49.

3.90. $q = \frac{N_1 B (b-a)^2}{R} = 2{,}4\cdot10^{-3}$ *к*.

3.91. Из теоремы о циркуляции вектора **H** получается следующее уравнение, связывающее H и B в железе:

$$B = \frac{Ni\mu_0}{b} - \frac{(\pi d - b)\mu_0}{b}H = a - kH.$$

Кроме того, между B и H в железе имеется соотношение $B = f(H)$, изображенное графически на рис. 49. Искомые значения H и B удовлетворяют одновременно обоим уравнениям. Решив эту систему уравнений графически (т. е. найдя координаты точки пересечения прямой $B = a - kH$ с кривой $B = f(H)$), получим $H = 350$ *а/м*; $B = 1{,}3$ *тл*.

а) $\mu = \frac{B}{H\mu_0} = 3\cdot10^3$;

б) $\Phi = BS = 0{,}7\cdot10^{-3}$ *вб*;

в) $W_1 = \frac{BH}{2}(\pi d - b)S = 0{,}11$ *дж*; $W_2 = \frac{B^2}{2\mu_0}bS = 0{,}7$ *дж*;

$W = W_1 + W_2 = 0{,}8$ *дж*;

г) $L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{2W}{i^2} = 0{,}2$ *гн*.

3.92. $Q = 5{,}3\cdot10^2$ *дж*.

3.93. а) $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} = 5{,}9\cdot10^6$ *м/сек*;

б) $v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0c^2}{eU + m_0c^2}\right)^2} = 1{,}64\cdot10^8$ *м/сек*.

Указание. В случае б) необходимо исходить из релятивистской формулы для кинетической энергии W частицы с массой покоя m_0:

$$W = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c}}} - m_0c^2$$

(c — скорость света в пустоте).

3.94. $v_к = 1{,}88 \cdot 10^8$ *м/сек*; $v_р = 1{,}64 \cdot 10^8$ *м/сек*.

3.95. $e' = \frac{mgd}{U}\left(\frac{v_2}{v_1} + 1\right) = 8{,}0 \cdot 10^{-19}$ *к* $= 5e$.

3.96. $v_{min} = v_0 \sin\alpha$; $C = \frac{eE}{m_e v_0^2 \sin^2\alpha}$.

3.97. $f = \frac{\mu\mu_0 niev}{2} = 1{,}8 \cdot 10^{-14}$ *н*.

3.98. $x = \frac{mv_0 \sin\alpha}{eB} \sin\left(\frac{e}{m} Bt\right)$;

$y = \frac{mv_0 \sin\alpha}{eB}\left[1 - \cos\left(\frac{e}{m} Bt\right)\right]$;

$z = v_0 \cos\alpha t$.

Точки пересечения:

а) $y = 0$, $z = \frac{2\pi mv \cos\alpha}{eB} k$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$;

б) $y = \frac{2mv \sin\alpha}{eB}$, $z = \frac{2\pi mv \cos\alpha}{eB}\left(k + \frac{1}{2}\right)$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$.

3.99. $v = \frac{eB}{2\pi m_e}\sqrt{(\pi d)^2 + l^2} = 3{,}8 \cdot 10^7$ *м/сек*.

3.100. $\frac{e}{m} = \frac{2Ub^2}{B^2 l_1^2 \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right)^2} = 1{,}8 \cdot 10^{11}$ *к/кг*.

3.101. $A = \frac{elBB'N_A}{2E}$; $A_1 = 4{,}0$; $A_2 = 3{,}0$.

Пики соответствуют изотопам гелия He^4 и He^3.

3.102. а) $W = \frac{B^2e^2d^2}{8m} = 16{,}8$ *Мэв*; $v = \sqrt{\frac{B^2e^2d^2}{4m^2}} = 5{,}7 \cdot 10^7$ *м/сек* $=$

$= 0{,}19\ c$;

б) $\tau = \frac{B\pi d^2}{8U} = 0{,}47 \cdot 10^{-5}$ *сек*;

$$в)\ s = \alpha \sum_{n=1}^{N} \sqrt{n} \approx \alpha \left(\frac{1}{2}\sqrt{1} + \frac{1}{2}\sqrt{N} + \int_1^N \sqrt{x}\,dx \right)^{*)} \approx$$

$$\approx \alpha \left(\frac{1}{2}\sqrt{N} + \frac{2}{3}\sqrt{N^3} \right),$$

где $\alpha = \pi \sqrt{\frac{2mU}{eB^2}} = 0{,}12$, $N = \frac{W}{eU} = 168$.

Подстановка значений α и N дает $s = 175$ *м*.

3.103. а) $s = \frac{2W\tau}{reB_1} = 1{,}7 \cdot 10^6$ *м* $= 1700$ *км*;

б) $v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0c^2}{W + m_0c^2}\right)^2} = 0{,}99995\ c$;

здесь m_0—масса покоя электрона, c—скорость света в вакууме; (см. ответ к задаче 3. 93, п. б).

3.104. $\frac{e}{m} = \frac{(\pi d)^2 Nn}{qR} = -1{,}8 \cdot 10^{11}$ *к/кг*.

3.105. $e\varphi = \frac{\Delta i}{i} \frac{kT^2}{\Delta T} = 3{,}45$ *эв*.

Указание. Воспользоваться малостью ΔT и Δi.

3.106. $n = \frac{Bi}{aeU_{34}} = 1{,}1 \cdot 10^{29}$ *м*$^{-3}$; $u_0 = \frac{lU_{34}}{bU_{12}B} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ *м*^{2}/*в·сек*.

3.107. $W = e\left(\mathscr{E} + \varphi_W - \varphi_{Ni}\right) = 9{,}6$ *эв*

($e\varphi_W$ — работа выхода электронов из вольфрама, $e\varphi_{Ni}$— работа выхода для никеля).

3.108. $\Delta W = 1{,}1$ *эв*.

3.109. $\lambda = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \frac{\varphi_1}{E} = 2{,}7$ *см*

(m_1 — масса иона водорода, m_2 — масса атома гелия).

3.110. $\mathscr{E}_m = 2\pi nBS = 1{,}51 \cdot 10^{-2}$ *в*; $\mathscr{E} = \mathscr{E}_m/\sqrt{2} = 1{,}07 \cdot 10^{-2}$ *в*.

3.111. $I = 75$ *ма*; $\varphi = -28°$ (ток опережает напряжение); $U_R = 60$ *в*, $U_L = 38$ *в*, $U_C = 150$ *в*; $W = 4{,}5$ *вт*.

3.112. а) $Q = \frac{RU^2}{R^2 + 4\pi^2\nu^2L^2} = 2{,}4 \cdot 10^3$ *дж/сек*;

б) увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

3.113. $U_1 = \frac{U\omega L}{R} = 1000$ *в*; $I = \frac{U}{R} = 10$ *а*.

---

*) См. указание в ответе к задаче 3.63.

3.114. $I_1 = \frac{U}{R}[(1-\omega^2LC)^2 + (\omega CR)^2] = 6{,}6$ *а*; $I_2 = \omega CU = 2{,}2$ *а*;

$$I_3 = \frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} = 7{,}0 \text{ а}; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} = 1{,}00\cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}.$$

3.115. От 186 *м* до 570 *м*.

3.116. $W = \frac{RI_m^2}{2} = 1{,}5\cdot 10^{-4}$ *вт*.

3.117. $W = \frac{RCU_m}{2L} = 4{,}2\cdot 10^{-4}$ *вт*.

3.118. $Q = \sqrt{\frac{L}{CR^2} - \frac{1}{4}} = 5{,}00$; $\frac{\Delta Q}{Q} \approx \frac{CR^2}{8L} = 0{,}005 \sim 0{,}5\%$.

3.119. $\frac{\omega_0-\omega}{\omega_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2+1}} \approx \frac{1}{8Q^2+2} = 0{,}0012 \sim 0{,}12\%$.

3.120. $W = W_0 e^{-\frac{\omega_0}{Q}t}$; 50%.

3.121. $Q \geqslant 50$.

3.122. а) $I_1/I_2 = 19$; б) $I_1/I_2 = 2{,}1$.

3.123. а) $U_1' = 1{,}0$ *мв*, $U_2' = 19$ *мв*; б) $U_1' = 10$ *мв*, $U_2' = 21$ *мв*.

3.124. $W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2 \pi r^2 t = 1{,}8\cdot 10^3$ *дж*.

Указание. Воспользоваться тем, что t значительно больше периода волны T.

3.125. $I = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} r^2 E_m^2 = 1{,}1$ *вт*.

Указание. Учесть, что плотность потока энергии, излучаемой диполем в направлении, образующем с его осью угол ϑ, пропорциональна $\sin^2\vartheta$.

ЧАСТЬ 4
ОПТИКА

4.1. а) Соответственно 3,2 и 9,2 *мвт*;

б) $\Phi = \frac{\Phi_э}{A}\frac{V_1+V_2}{2} = 1{,}6$ *лм*, где $A = 1{,}6$ *мвт/лм*, V_1 и V_2 — функция видности для указанных длин волн.

4.2. $E_m^2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{A\Phi}{2\pi r^2 V_\lambda}$; отсюда $E_m = 1{,}1$ *в/м*; $H_m = 3{,}0\cdot 10^{-2}$ *а/м*. Здесь $A = 1{,}6$ *мвт/лм*, V_λ — функция видности для указанной длины волны, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные.

4.4. $h = r = 1{,}0$ *м*; $E = \dfrac{BS}{4r^2} = 40$ *лк*.

4.5. $I = \dfrac{I_0}{\cos^3 \vartheta}$; $\Phi = \pi I_0 \dfrac{r}{h} = 3{,}1 \cdot 10^2$ *лм*.

4.6. $E'_{max} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}\pi} \dfrac{\rho ES}{d^2} = 0{,}21$ *лк* (на расстоянии $r/\sqrt{3}$ от потолка).

4.7. $E = \pi B$.

4.8. $R = \left[1 + \left(\dfrac{h}{r_0}\right)^2\right] E_0 = 7{,}0 \cdot 10^2$ *лк*.

4.9. $E = \pi B \left(\dfrac{r_0}{h}\right)^2 = 25$ *лк*.

4.12. 8,7°.

4.13. $\Delta\varphi = \dfrac{2 \sin \dfrac{\vartheta}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \dfrac{\vartheta}{2}}} \Delta n = 0{,}44°$.

4.15. а) $f = \dfrac{l\beta}{1 - \beta^2} = 10$ *см*; б) $f = \dfrac{l}{\dfrac{1}{\beta_1} - \dfrac{1}{\beta_2}} = 2{,}5$ *см*.

4.16. $I = \rho I_0 \left(\dfrac{f}{f - s}\right)^2 = 2{,}0 \cdot 10^3$ *св*.

4.17. Пусть S — точечный источник света и S' — его изображение (рис. 95). По принципу Ферма оптические длины всех лучей,

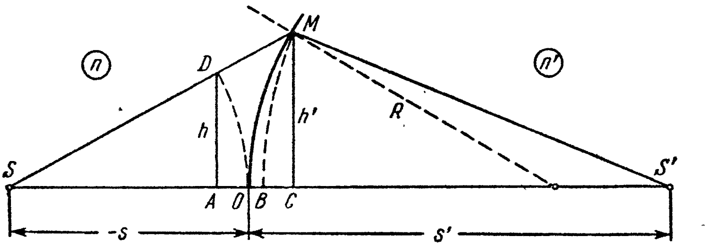

Рис. 95.

вышедших из S и собравшихся в S', одинаковы. Проведем окружности из центров S и S' радиусами SO и $S'M$. Тогда оптические пути DM и OB должны быть равны

$$n \cdot DM = n' \cdot OB. \qquad (1)$$

Но для параксиальных лучей

$$DM \approx AO + OC, \quad \text{где} \quad AO \approx \frac{h^2}{-2s}, \quad OC \approx \frac{h'^2}{2R},$$

и

$$OB = OC - BC \approx \frac{h'^2}{2R} - \frac{h'^2}{2s'}.$$

Подставив эти выражения в формулу (1) и имея в виду, что $h' \approx h$, получим

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}.$$

4.18. $l' = \dfrac{n - d\left(\Phi - \frac{1}{l}\right)}{n\Phi + \left(\Phi - \frac{1}{l}\right)(n - d\Phi)} = 6{,}3$ *см*, где $\Phi = \dfrac{n-1}{R}$.

4.19. а) $\beta = 1 - \dfrac{d}{n}(n-1) = 0{,}75$; б) $E = \dfrac{\pi n^2 D^2}{4d^2} B = 60$ *лк*.

4.20. а) $\Phi = \dfrac{n - n_0}{n-1}\Phi_0 = +2{,}0$ *дп*; $f' = -f = \dfrac{n_0}{\Phi} = 85$ *см*;

б) $\Phi = \dfrac{2n - n_0 - 1}{2(n-1)}\Phi_0 = 0{,}67$ *дп*; $f = -\dfrac{1}{\Phi} \approx 15$ *см*; $f' = \dfrac{n_0}{\Phi} \approx 20$ *см*.

Здесь n и n_0 — показатели преломления стекла и жидкости.

4.22. $\Delta x = \left(\dfrac{f}{l - f}\right)^2 \Delta l = 0{,}5$ *мм*.

4.23. а) $f = \dfrac{l^2 - (\Delta l)^2}{4l} = 20$ *см*; б) $f = \dfrac{l\sqrt{\eta}}{(1 + \sqrt{\eta})^2} = 20$ *см*.

4.24. $h = \sqrt{h' \cdot h''} = 3{,}0$ *мм*.

4.25. $E = (1 - \alpha) B \dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{D}{f}\right)^2 = 15$ *лк*.

4.26. В первом случае яркость изображения не зависит от D, во втором — пропорциональна D^2.

4.27. $f = \dfrac{n_0 R}{2(n_1 - n_2)} = 35$ *см*, где n_0 — показатель преломления воды.

4.28. $f = \dfrac{R}{4n} = 5{,}0$ *см*.

4.29. а) Справа от последней линзы на расстоянии 3,3 *см* от нее; б) $l = 17$ *см*.

4.30. а) 50 и 5 *см*; б) отодвинуть на 0,5 *см*.

4.31. $\Gamma' = \dfrac{(\Gamma + 1)(n - n_0)}{n_0(n-1)} - 1 = 3{,}1$.

4.32. а) $B' = B$; б) $B' = \left(\dfrac{1}{\Gamma}\dfrac{D}{d_0}\right)^2 B$.

4.33. $\Gamma \leqslant \dfrac{D}{d_0} = 20$.

4.34. 60.

4.35. а) $\Gamma = \dfrac{2uL_0}{d_0} = 15$; здесь L_0 — расстояние наилучшего видения (25 *см*);

б) $\Gamma \leqslant \dfrac{2uL_0}{d_0}$.

4.36. Главные плоскости совпадают с центром линзы. Фокусные расстояния соответственно в воздухе и воде:

$$f = -\frac{1}{\Phi} = -11{,}2\ см,\ f' = \frac{n_0}{\Phi} = +14{,}9\ см,\ где\ \Phi = \frac{2n - n_0 - 1}{R},$$

n и n_0 — показатели преломления стекла и воды. Узловые точки совпадают и расположены в воде на расстоянии $x = f' + f = 3{,}7$ *см* от линзы.

4.37. См. рис. 96.

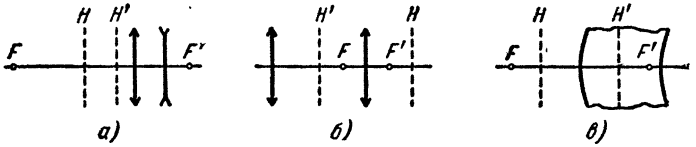

Рис. 96.

4.39. Если по обе стороны F системы среда одна и та же, то: а) $FSHS'H'F'$; б) $HSF'FH'S'$; в) $H'SF'S'FH$; г) $F'S'H'SHF$.

4.40. а) $\Phi = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2} - \dfrac{d}{f_1 f_2}$; $x = d\dfrac{\Phi_2}{\Phi} = -10$ *см*; $x' = -d\dfrac{\Phi_1}{\Phi} = -5$ *см*

т. е. передняя главная плоскость расположена перед собирающей линзой на расстоянии 10 *см* от нее, задняя — совпадает с собирающей линзой;

б) $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \dfrac{d}{n}\Phi_1\Phi_2$, $\quad x = \dfrac{d}{n}\dfrac{\Phi_2}{\Phi} = 5{,}7$ *см*,

$x' = -\dfrac{d}{n}\dfrac{\Phi_1}{\Phi} = 2{,}9$ *см*,

т. е. обе главные плоскости расположены вне линзы со стороны вогнутой поверхности.

4.41. $\Phi = 2\Phi' - \dfrac{d}{n}\Phi'^2 = 5{,}7$ *дп*, где $\Phi' = \dfrac{2n - n_0 - 1}{R}$.

4.42. а) $d = \dfrac{n\,\Delta R}{n-1} = 4{,}5$ *см*; б) $d = 3{,}0$ *см*.

4.43. а) $\Phi = \dfrac{d(n-1)^2}{nR^2} > 0$. Главные плоскости лежат со стороны выпуклой поверхности на расстоянии d друг от друга, причем

передняя главная плоскость удалена от выпуклой поверхности на расстояние $R/(n-1)$.

б) $\Phi=(n-1)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)<0$; обе главные плоскости проходят через общий центр кривизны поверхостей линзы.

4.44. $d=\frac{n(R_1+R_2)}{2(n-1)}=9{,}0$ *см*; $\Gamma=\frac{R_1}{R_2}=5{,}0$.

4.45. $\Phi=\frac{2(n^2-1)}{nR}=37$ *дп*.

4.47. а) $\Delta x=\frac{\lambda(b+r)}{2\alpha r}=1{,}1$ *мм*; $N=\frac{4\alpha^2 rb}{\lambda(b+r)}=8$ полос.

б) Сдвиг картины $\delta x=\frac{b}{r}\delta s=13$ *мм*.

Картина будет еще достаточно отчетлива, если $\delta x\leqslant\Delta x/2$. Отсюда

$$\delta_{max}=\frac{\lambda}{4\alpha}\left(1+\frac{r}{b}\right)=0{,}042\ мм.$$

4.48. а) $\Delta x=\frac{\lambda f}{a}=0{,}15$ *мм*; $N=\frac{ba^2}{\lambda f^2}=13$ полос.

б) Полосы будут наблюдаться достаточно отчетливо, если $\delta x\leqslant\Delta x/2$, где δx — сдвиг интерференционной картины от крайних элементов щели. Отсюда

$$\delta_{max}=\frac{\lambda f^2}{2ab}\approx 34\ мк.$$

4.49. $\lambda=\frac{2l\vartheta(n-1)\Delta x}{a+b}=0{,}64$ *мк*.

4.50. $n'=n+\frac{N\lambda}{l}=1{,}000377$.

4.51. $d=\frac{\lambda(2k+1)}{4\sqrt{n^2-\sin^2 i_1}}=0{,}14(2k+1)$ *мк*, где $k=0,1,2,\ldots$

4.52. $d=\frac{\lambda}{2\sqrt{n}}(2k+1)=245(2k+1)$ *ммк*, где $k=0,1,2,\ldots$

4.53. $d=\frac{\lambda\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{\sin 2i\cdot\delta i}=15$ *мк*.

4.54. а) $\alpha=\frac{\lambda}{2n\,\Delta x}=3{,}0'$; б) $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\approx\frac{\Delta x}{l}=0{,}014$.

4.55. $\lambda=\frac{d_2^2-d_1^2}{4R(k_2-k_1)}=0{,}50$ *мк*, где k_1 и k_2—номера темных колец.

4.56. $\Phi=2(n-1)(2k-1)\frac{\lambda}{d^2}=2{,}4$ *дп*, где k — номер кольца.

4.57. а) $r=\sqrt{\frac{2k\lambda(n-1)}{\Phi}}=3{,}5$ *мм*; б) $r'=\frac{r}{\sqrt{n_0}}=3{,}0$ *мм*.

4.58. $r=\sqrt{\frac{(2k+1)\lambda R}{2n_2}}=1{,}3$ *мм*.

4.59. $b=\frac{ar^2}{m\lambda a-r^2}=2{,}0$ *м*.

4.60. $\lambda=\frac{a+b}{2ab}\left(r_2^2-r_1^2\right)=0{,}60$ *мк*.

4.61. а) $I\approx 4I_0$; $I\approx 2I_0$; б) $I\approx I_0$; в) $I\approx I_0$.

4.62. $d=\frac{\lambda}{n-1}\left(k+\frac{3}{8}\right)=1{,}2\left(k+\frac{3}{8}\right)$ *мк*, где $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

4.63. $r=\sqrt{\frac{fb}{b-f}k\lambda}=0{,}90\sqrt{k}$ *мм*, где $k=1,\ 3,\ 5,\ \ldots$

4.64. $f=\frac{ab}{a+b}=0{,}60$ *м*.

4.65. а) Максимумы: $x_1=0{,}60$ *мм*, $x_2=1{,}17$ *мм*; минимум: $x=0{,}93$ *мм*; $I_{max}/I_{min}=1{,}76$;

б) $d=2x=1{,}2$ *мм*; $I_{max}/I=5{,}2$.

4.66. $b(\sin\vartheta-\sin\vartheta')=k\lambda$. Для $k=+1$ и $k=-1$ угол ϑ' равен соответственно 33° и 27°.

4.67. $I_\vartheta=I_0\frac{\sin^2\left(\frac{b\pi}{\lambda}\sin\vartheta\right)}{\left(\frac{b\pi}{\lambda}\sin\vartheta\right)^2}$; $b\sin\vartheta=k\lambda$, где $k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$

4.68. $\lambda\approx\frac{d}{2k}(\vartheta-\vartheta_0)(\vartheta+\vartheta_0)=0{,}61$ *мк*.

4.70. 55°.

4.71. 2,2 *мк*.

4.72. $\lambda=\frac{d\sin\Delta\vartheta}{\sqrt{5-4\cos\Delta\vartheta}}=0{,}54$ *мк*.

4.73. 56,5°, максимум пятого порядка.

4.74. $\frac{d\vartheta}{d\lambda}=\frac{k}{\sqrt{d^2-(d\sin\vartheta_0-k\lambda)^2}}=0{,}16$ *угл. град/ммк*.

4.75. $\Delta\vartheta=\frac{2\lambda}{N\sqrt{d^2-(k\lambda)^2}}=11$ *угл. сек*.

4.76. а) $\frac{\lambda}{\delta\lambda}=kN_0l=3{,}0\cdot 10^4$; б) $\delta\lambda=0{,}14$ Å.

4.77. $2{,}5\cdot 10^2$ штрихов.

4.78. а) $A = \frac{1}{\psi_{\text{пред}}} = \frac{D}{1{,}22\,\lambda} = 7{,}5 \cdot 10^4$; $\Delta x = \frac{1{,}22\,\lambda l}{D} = 0{,}40$ *мм*;

б) пусть $\psi_{\text{пред}}$ и $\psi'_{\text{пред}}$ — минимальные угловые расстояния, разрешаемые соответственно объективом трубы и глазом $\left(\psi_{\text{пред}} = 1{,}22\,\lambda/D,\ \psi'_{\text{пред}} = 1{,}22\,\lambda/d_0\right)$. Тогда искомое увеличение трубы

$$\Gamma_{\min} = \frac{\psi'_{\text{пред}}}{\psi_{\text{пред}}} = \frac{D}{d_0} = 12{,}5.$$

4.79. а) $d = \frac{0{,}61\,\lambda}{\sin u} = 1{,}4$ *мк*;

б) пусть d — наименьшее разрешаемое расстояние для объектива микроскопа, ψ — угол, под которым виден объект (d) с расстояния наилучшего зрения L (25 *см*), $\psi'_{\text{пред}}$ — минимальное угловое расстояние, разрешаемое глазом $\left(\psi'_{\text{пред}} = 1{,}22\,\lambda/d_0\right)$. Тогда искомое увеличение микроскопа

$$\Gamma_{\min} = \frac{\psi'_{\text{пред}}}{\psi} = \frac{2L\sin u}{d_0} = 30.$$

4.80. Пусть α, β и γ — углы между направлением на дифракционный максимум и направлениями решетки вдоль периодов a, b и c соответственно. Тогда значения этих углов определятся из условий: $a(1 - \cos\alpha) = k_1\lambda$, $b\cos\beta = k_2\lambda$ и $c\cos\gamma = k_3\lambda$. Имея в виду, что $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, получим для искомых длин волн:

$$\lambda = \frac{2(k_1/a)}{(k_1/a)^2 + (k_2/b)^2 + (k_3/c)^2}.$$

4.81. 1,41 Å.

4.82. $d = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2k_1k_2\cos\frac{\alpha}{2}} = 2{,}8$ Å, где k_1 и k_2 — порядки отражения.

4.83. $r = l\,\mathrm{tg}\,2\vartheta = 3{,}5$ *см*, где ϑ — угол скольжения, который определяется условием $2d\cos\vartheta = k\lambda$.

4.84. Отраженный свет будет полностью поляризован $\left(I_{\parallel} = 0\right)$ при условии $\mathrm{tg}(i_1 + i_2) = \infty$ или $i_1 + i_2 = 90°$. Из закона преломления имеем $\sin i_1 = n\sin i_2 = n\sin(90° - i_1)$. Отсюда $\mathrm{tg}\,i_1 = n$.

4.85. $\rho = \frac{1}{2}\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\right) = 0{,}074$;

$$P = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{(1 + n^2)^2 - 4n^2}{(1 + n^2)^2 + 4n^2} = 0{,}080.$$

Здесь n — показатель преломления стекла.

4.86. а) В этом случае коэффициент отражения от каждой поверхности $\rho=\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^2$, поэтому

$$I_4=I_0(1-\rho)^2=I_0\left(\frac{2n}{1+n^2}\right)^4=0{,}725\,I_0;$$

б) $P=\frac{I_\parallel-I_\perp}{I_\parallel+I_\perp}=\frac{1-(1-\rho)^2}{1+(1-\rho)^2}=\frac{(1+n^2)^4-16n^4}{(1+n^2)^4+16n^4}\approx 0{,}16$, где ρ — коэффициент отражения той составляющей света, световой вектор которой колеблется перпендикулярно к плоскости падения, $\rho=\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^2$.

4.87. $\rho=\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2=0{,}040;$

$\frac{I_0-I}{I_0}=1-(1-\rho)^{2N}=0{,}34$, т. е. 34%, где N — число линз.

4.88. См. рис. 97, где o и e — обыкновенный и необыкновенный лучи соответственно.

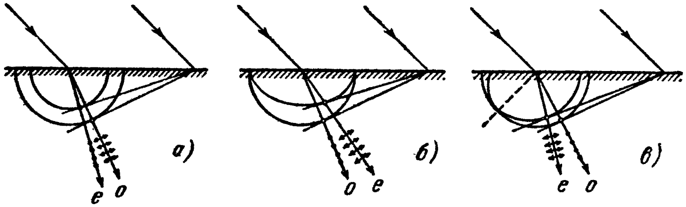

Рис. 97.

4.89. $\frac{I_0}{I}=\frac{2}{\tau^3\cos^4\alpha}=60.$

4.90. $\frac{I_{пол}}{I_{ест}}=\frac{P}{1-P}=\frac{1}{3}.$

4.91. $P=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}=\frac{\eta-1}{1+\eta(1-2\cos^2\alpha)}=0{,}80.$

4.92. а) Представим естественный свет в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих с интенсивностями I_0. Пусть каждое поляризационное приспособление пропускает в плоскости поляризации долю α_1 света, поляризованного в этой плоскости, и в перпендикулярном направлении — соответственно долю α_2. Тогда при параллельных и перпендикулярных плоскостях поляризации элементов системы интенсивность прошедшего через нее света соответственно будет равна

$$I_\parallel=\alpha_1^2 I_0+\alpha_2^2 I_0;\quad I_\perp=\alpha_1\alpha_2 I_0+\alpha_2\alpha_1 I_0,$$

причем по условию

$$I_{\|} : I_{\perp} = \eta. \quad (1)$$

С другой стороны, степень поляризации, создаваемая каждым элементом системы в отдельности, равна

$$P_0 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (2)$$

Исключив α_1 и α_2 из формул (1) и (2), получим:

$$P_0 = \sqrt{\frac{\eta - 1}{\eta + 1}} = 0{,}905.$$

б) $P = \dfrac{\sqrt{\eta^2 - 1}}{\eta} = 0{,}995.$

4.93. Относительные изменения интенсивностей обоих пучков в случаях I и II равны

$$\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_I = 4 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \delta\varphi, \quad \left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{II} = 4 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \delta\varphi.$$

Отсюда $\eta = \dfrac{(\Delta I/I)_I}{(\Delta I/I)_{II}} = \operatorname{ctg}^2 \dfrac{\alpha}{2}$, $\alpha = 11{,}5°$.

4.94. а) $d = \dfrac{\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda}{n_e - n_o} = 0{,}490$ *мм*; б) $d = \dfrac{\left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda}{n_e - n_o} = 0{,}475$ *мм*.

4.95. 693 и 429 *ммк*.

4.96. $d = \left(k_1 - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_1}{\Delta n} = 0{,}25$ *мм*, где $k_1 = 4$.

4.97. $\Delta n = \dfrac{\lambda}{\vartheta\, \Delta x} = 0{,}0090.$

4.99. а) Если свет левополяризованной по кругу (для наблюдателя), то за пластинкой в четверть волны он становится линейно

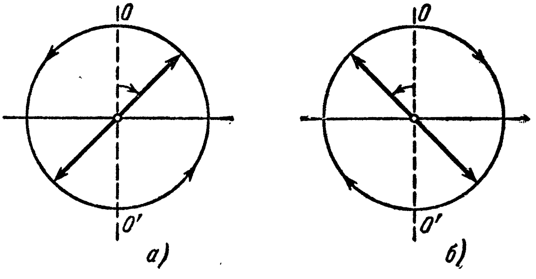

Рис. 98.

поляризованным, причем направление колебания светового вектора составляет угол $+45°$ с осью кристалла (рис. 98, *а*)

для правополяризованного света этот угол будет равен —45° (рис. 98, *б*).

б) Если при вращении поляроида (расположенного за пластинкой) при любом положении пластинки интенсивность прошедшего света не меняется — свет естественный; если меняется и падает до нуля, то свет поляризован по кругу; если меняется, но не падает до нуля, то свет — смесь естественного с поляризованным по кругу.

4.100. $\alpha = \dfrac{\pi}{\vartheta\,\Delta x} = 21{,}6$ *угл. град/мм.*

4.101. 13,0 *мм.*

4.102. $[\alpha] = \dfrac{\pi}{c\,\Delta x} = 66\,\dfrac{\text{угл. град}}{\text{дм}\cdot\text{г/см}^3}$.

4.103. а) $E_{\min} = \dfrac{1}{2\sqrt{Bl}} = 10{,}7$ *кв/см*; б) $2{,}0\cdot 10^8$ прерываний/*сек.*

4.104. а) $\rho = \dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2lH} = 0{,}012$ *угл. мин/э · см*; б) $\varphi = 45°$, $H_{\min} = \dfrac{\varphi}{\rho l} = 1{,}7\cdot 10^5$ *а/м.*

4.105. а) $a = \dfrac{eE_0}{m\omega^2} = 5{,}1\cdot 10^{-16}$ *см*; $v = \dfrac{eE_0}{m\omega} = 1{,}7$ *см/сек*;

б) $\dfrac{f_m}{f_e} = \dfrac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,eE_0}{2m\omega} = \dfrac{v}{2c} = 2{,}9\cdot 10^{-11}$.

Здесь $E_0 = \sqrt{2I\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}$ — амплитуда напряженности электрической составляющей поля; $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$.

4.106. а) $\varepsilon(\omega) = 1 - \dfrac{n_0e^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}$; б) $v(\lambda) = \sqrt{c^2 + \dfrac{n_0e^2}{4\pi^2\varepsilon_0 m}\lambda^2}$.

4.107. $n - 1 = -\dfrac{1}{8\pi^2\varepsilon_0}\,\dfrac{n_0e^2\lambda^2}{mc^2} = -5{,}4\cdot 10^{-7}$, где $n_0 = \dfrac{N}{A}\rho Z$ — концентрация электронов, N — число Авогадро, A — масса грамм-атома, ρ — плотность углерода, Z — его порядковый номер.

4.108. $a = \dfrac{eE_0}{2m\omega_0^2\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}} = 1{,}3\cdot 10^{-12}$ *см*, где $E_0 = \sqrt{2I\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}$ — амплитуда напряженности электрической составляющей поля.

4.109. Запишем уравнение волны в форме

$$A = A_0e^{-i(\omega t - kx)},\quad \text{где}\quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Если $n' = n + i\varkappa$, то,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n' \quad \text{и} \quad A = A_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0}\varkappa x} e^{-i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n x\right)},$$

или в вещественной форме

$$A = A_0 e^{-\varkappa' x} \cos(\omega t - k' x),$$

т. е. свет распространяется в виде плоской затухающей волны (за счет поглощения).

Если $n' = i\varkappa$, то

$$A = A_0 e^{-\varkappa' x} \cos \omega t.$$

Это — стоячая волна с экспоненциально затухающей амплитудой. В этом случае свет испытывает полное внутреннее отражение в среде (без поглощения).

4.110. $c = 2lz(\nu_2 - \nu_1) = 3{,}0 \cdot 10^8$ *м/сек.*

4.112. а) $u = \frac{3}{2} v$; б) $u = 2v$; в) $u = \frac{1}{3} v$.

4.113. $v = \frac{c}{n} = 1{,}83 \cdot 10^8$ *м/сек*; $u = \frac{c}{n}\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right) = 1{,}70 \cdot 10^8$ *м/сек.*

4.114. $\varkappa = \frac{1}{lN} \ln \frac{(1-\rho)^{2N}}{\eta} = 0{,}034$ *см*$^{-1}$.

4.115. $\tau = (1-\rho)^2 e^{-(\varkappa_1 + \varkappa_2) l/2}$.

4.116. $I' = \frac{(1-\rho)^2 \left(e^{-\varkappa_1 l} - e^{-\varkappa_2 l}\right)}{l(\varkappa_2 - \varkappa_1)} I_0$.

4.117. $\operatorname{tg} \vartheta' = \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где $\beta = \frac{V}{c}$. Отсюда $\vartheta' = 49°$.

4.118. $l_0 = \frac{v\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} = 3{,}4$ *м*, где $\beta = \frac{v}{c}$.

4.119. Для этого необходимо убедиться с помощью преобразований Лоренца в том, что если $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$, то и $\Delta t' = t_2' - t_1' > 0$. Действительно,

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{V}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t\left(1 - \frac{Vv}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где V — скорость K'-системы относительно K-системы; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ — скорость передачи сигнала (например, скорость полета пули). Так как $v \leqslant c$ и $V < c$, то выражение в круглой скобке всегда больше нуля. Таким образом, $\Delta t' > 0$.

4.121. $\Delta t_0 = \frac{\Delta s_0}{c} = \frac{\Delta s}{c} = \sqrt{(\Delta t)^2 - \left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2} = \Delta t \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$.

4.122. $\tau_0 = \frac{l}{v\sqrt{1-(v/c)^2}} = 5{,}8 \cdot 10^{-5}$ *сек*; $l' = l\sqrt{1-(v/c)^2} = 0{,}52$ *км*.

4.123. Достаточно вспомнить, что $dx' = dx\sqrt{1-\beta^2}$ и $dt' = \frac{dt}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

4.124. а) $\tau_B = \frac{l}{v}$; $\tau_{B'} = \frac{1}{v}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$, т. е. $\tau_{B'} = \tau_B\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$;

б) $\tau_A = \frac{l'}{v} = \frac{l}{v}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$; $\tau_{A'} = \frac{\tau_A}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{l}{v}$.

Здесь l и l' — расстояния между часами A, B и A', B' в системе отсчета, связанной с часами A, B.

4.125. Расположение стрелок часов, которое увидят наблюдатели, неподвижные относительно часов группы K, показано на рис. 99.

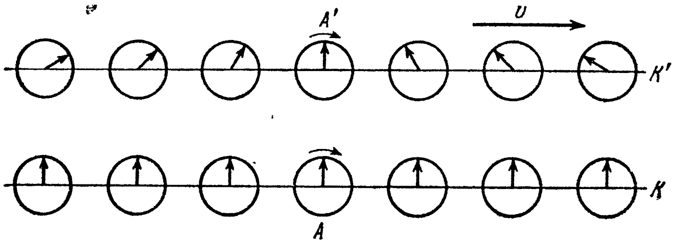

Рис. 99.

4.126. После подстановки в соотношение $\omega t - kx = \omega' t' - k' x'$ величин t' и x' (из преобразований Лоренца) получим:

$$\omega = \frac{\omega'\left(1+\frac{V}{c}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad k = \frac{k'\left(1+\frac{V}{c}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{V}{c}.$$

Здесь учтено, что $\omega' = ck'$.

4.127. $\Delta\lambda = -\frac{\lambda\cos\vartheta}{c}\sqrt{\frac{2T}{m}} = -26$ *ммк*.

4.128. $d = \frac{\tau c}{\pi}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_{\max} = 30 \cdot 10^6$ *км*; $M = \frac{\tau c^3}{2\pi\gamma}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^3_{\max} = 2{,}9 \cdot 10^{29}$ *кг*, где γ — гравитационная постоянная.

4.129. $v = \frac{\lambda\,\Delta\nu}{2} = 900$ *км/час*.

Указание. Самолет здесь, по существу, является зеркалом. Если его скорость v, то изображение радиолокатора в этом

зеркале (мнимое) перемещается со скоростью $2v$. Таким образом, $2v$ — это относительная скорость движения источника (здесь мнимого) и приемника. Дальнейшее очевидно.

4.130. Исходя из формулы $\omega' = \omega\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$, получим $v = 0{,}33\,c$.

4.131. $\Delta\lambda = \lambda\frac{T}{m_0c^2+T} = 7{,}0$ Å, где m_0 — масса атома водорода.

4.132. $v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{v_x - V}{1-\frac{v_xV}{c^2}}$; $v'_y = v_y\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{v_xV}{c^2}}$, $\beta = \frac{V}{c}$.

4.133. $v = \frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1v_2}{c^2}} = 0{,}91\,c$.

4.134. Вопрос не имеет физического смысла, так как фотон, как частица, движущаяся со скоростью света, *не может служить системой отсчета.*

4.135. $w'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{dv'_x}{dt}\frac{dt}{dt'} = w_x\frac{(1-\beta^2)^{3/2}}{\left(1-\frac{v_xV}{c^2}\right)^3}$, $\beta = \frac{V}{c}$.

Здесь использована формула преобразования скоростей

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1-\frac{v_xV}{c^2}}.$$

4.136. Воспользуемся связью между ускорением w' и ускорением w в системе, связанной с Землей:

$$w' = \frac{dv}{dt}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}.$$

Это соотношение приведено в решении предыдущей задачи, где следует положить $v_x = V = v$, v — скорость ракеты в данный момент. Интегрируя это выражение при $w' = \mathrm{const}$, получим:

$$v = \frac{w't}{\sqrt{1+\left(\frac{w't}{c}\right)^2}};$$

$$l = \frac{c^2}{w'}\left[\sqrt{1+\left(\frac{w't}{c}\right)^2} - 1\right] = 0{,}91 \text{ светового года.}$$

$$\frac{c-v}{c} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{c}{w't}\right)^2 = 0{,}47\%.$$

4.137. Имея в виду, что

$$v=\frac{w't}{\sqrt{1+\left(\frac{w't}{c}\right)^2}},$$

получим:

$$\tau_0=\int_0^\tau\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\,dt=\int_0^\tau\frac{dt}{\sqrt{1+\left(\frac{w't}{c}\right)^2}}=$$

$$=\frac{c}{w'}\ln\left[\frac{w'\tau}{c}+\sqrt{1+\left(\frac{w'\tau}{c}\right)^2}\right]=3{,}5\ \text{месяца}.$$

4.138. а) Умножим обе части уравнения $d(mv)=F\,dt$ на v, тогда $vd(mv)=Fv\,dt=\delta A=dE=c^2\,dm$, или $\frac{dm}{m}=\frac{v\,dv}{c^2-v^2}$. Интегрируя последнее выражение, получим

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

где m_0 — масса частицы при $v=0$, т. е. масса покоя.

б) $E^2=p^2c^2+m_0^2c^4$.

4.139. $v=\frac{c}{\sqrt{1+(\rho/\Delta\rho)}}=0{,}30\,c$.

4.140. $p=\frac{1}{c}\sqrt{T(T+2m_0c^2)}=1090$ *Мэв/с*.

4.141. Интегрируя уравнение $\frac{d}{dt}\frac{m_0v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=F$, получим:

$$v=\frac{Fct}{\sqrt{m_0^2c^2+F^2t^2}};\quad l=\sqrt{\left(\frac{m_0c^2}{F}\right)^2+c^2t^2}-\frac{m_0c^2}{F}.$$

4.142. Проинтегрировав уравнение движения, получим:

$$\tau=\frac{1}{eE}\frac{m_0v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=\frac{1}{ceE}\sqrt{T(T+2m_0c^2)}=30\ \textit{мксек}.$$

4.143. $w=\frac{eE}{m_0}\frac{1}{\left(1+\frac{T}{m_0c^2}\right)^3}=1{,}3\cdot10^{17}$ *м/сек*^{2}.

4.144. $v=\frac{c}{\sqrt{1+\left(\frac{m_0c^2}{e\rho H}\right)^2}}=0{,}63\,c$;

$$w_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{c^2}{\rho}\frac{1}{1+\left(\frac{m_0c^2}{e\rho H}\right)^2}=1{,}4\cdot10^{18}\ \textit{м/сек}^2.$$

4.146. $E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$, где m_0 — масса покоя частицы (или системы).

4.147. а) $T_{сум} = 2m_0c^2\left(\sqrt{1+\frac{T}{2m_0c^2}}-1\right) = 777$ *Мэв*;

$p = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{m_0c^2T}{2}} = 940$ *Мэв/с*;

б) $V = c\sqrt{\frac{T}{2m_0c^2+T}} = 2{,}12\cdot10^8$ *м/сек.*

4.148. $M_0 = \frac{1}{c}\sqrt{2m_0(T+2m_0c^2)}$; $V = c\sqrt{\frac{T}{2m_0c^2+T}}$.

4.149. $T' = \frac{2T(T+2m_0c^2)}{m_0c^2} = 1{,}43\cdot10^3$ *Гэв.*

4.150. $T_2 = \frac{bT_1}{b+T_1\Delta\lambda} = 1{,}75\cdot10^3$ °K.

4.151. 3,4 *мк.*

4.152. $5{,}1\cdot10^9$ *кг/сек*; около 10^{11} лет.

4.153. $T_2 = T_1\sqrt{\frac{d}{2l}} = 3{,}8\cdot10^2$ °K.

4.154. а) $u_\omega = \frac{kT}{\pi^2c^3}\omega^2$; б) $u_\omega = \frac{\hbar}{\pi^2c^3}\omega^3e^{-\hbar\omega/kT}$.

4.155. $u_\nu = \frac{16\pi^2\hbar}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{2\pi\hbar\nu/kT}-1}$; $u_\lambda = 16\pi^2c\hbar\frac{\lambda^{-5}}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda}-1}$.

4.156. 0,32 *вт/см*^{2}.

4.157. $n_\omega\,d\omega = \frac{1}{\pi^2c^3}\frac{\omega^2\,d\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}$; $n_\lambda d\lambda = 8\pi\frac{\lambda^{-4}\,d\lambda}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda}-1}$.

4.158. $p = \frac{E}{c}\sqrt{1+\rho^2+2\rho\cos 2i} = 3{,}5\cdot10^{-3}$ *г · см/сек.*

4.159. $p = \frac{I}{c}(1+\rho)\cos^2\vartheta = 6\cdot10^{-5}$ *дин/см*^{2}.

4.160. $f = \frac{3\pi}{c}IR^2 = 5{,}5\cdot10^{-2}$ *дин.*

4.161. $V = \frac{2\pi\hbar c}{e\,\Delta\lambda}\left(1-\frac{1}{\eta}\right) = 16$ *кв.*

4.162. $V = \frac{2\pi\hbar c}{e}\frac{1}{2d\sin\vartheta} = 31$ *кв.*

4.163. $\lambda_{min} = \frac{2\pi\hbar}{mc}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\sqrt{1-\beta^2}} = 0{,}027$ Å, где $\beta = \frac{v}{c}$.

4.164. 332 *ммк*; $6{,}56\cdot10^5$ *м/сек.*

4.165. 4,4 *в.*

4.166. $6{,}4\cdot10^5$ *м/сек.*

4.167. $V_{\text{конт}} = 0{,}5$ *в*; ее полярность противоположна полярности внешнего напряжения.

4.168. Запишем законы сохранения энергии и импульса в системе отсчета, связанной с электроном до соударения с фотоном:

$$\hbar\omega + m_0 c^2 = mc^2; \quad \frac{\hbar\omega}{c} = mv, \quad \text{где} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Из решения этих уравнений следует, что $v = 0$ или $v = c$. Оба результата физического смысла не имеют.

4.169. а) Рассеяние происходит на свободных электронах.

б) Увеличивается число электронов, которые становятся свободными (под свободными понимаются электроны, энергия связи которых значительно меньше энергии, передаваемой им фотонами).

в) Наличие несмещенной компоненты объясняется рассеянием на сильно связанных электронах и ядрах.

4.170. $\hbar\omega' = \dfrac{\hbar\omega}{1 + 2\dfrac{\hbar\omega}{mc^2}\sin^2\dfrac{\vartheta}{2}} = 0{,}144$ *Мэв*.

4.171. $\lambda = \dfrac{2\pi\hbar}{mc}\left(\sqrt{1 + \dfrac{2mc^2}{T_m}} - 1\right) = 0{,}037$ Å.

4.172. $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\sqrt{\dfrac{2\pi\hbar}{mc\,\Delta\lambda} - 1}}{1 + \dfrac{\hbar\omega}{mc^2}}$. Отсюда $\varphi = 31°$.

ЧАСТЬ 5
АТОМНАЯ ФИЗИКА

5.1. $r = \dfrac{3}{2}\dfrac{e^2}{E} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ *см*; $\lambda = \dfrac{2\pi c}{e}\sqrt{mr^3} = 0{,}24$ *мк*.

5.2. $7{,}3 \cdot 10^{-11}$ *см*.

5.3. а) $5{,}9 \cdot 10^{-11}$ *см*; б) $r_{\min} = \dfrac{q_1 q_2}{T}\left(1 + \dfrac{m_\alpha}{m_{\text{Li}}}\right) = 3{,}4 \cdot 10^{-12}$ *см*;

в) воспользуемся законами сохранения энергии и момента количества движения (в полярной системе):

$$T = \frac{m}{2}\left(\dot r^2 + r^2\dot\vartheta^2\right) + \frac{q_1 q_2}{r}; \quad v_0 b = r^2\dot\vartheta,$$

где v_0 — скорость α-частицы вдали от ядра, b — прицельный параметр. Исключив из этих уравнений $\dot\vartheta$ и положив $\dot r = 0$

(условие. отвечающее $r_{\min}$), найдем:

$$r_{\min} = \frac{q_1 q_2}{2T}\left(1 + \csc\frac{\vartheta}{2}\right) = 7{,}1 \cdot 10^{-11} \text{ см.}$$

5.4. $3{,}3 \cdot 10^{-5}$.

5.5. а) $1{,}6 \cdot 10^6$; б) $I = 4\pi \frac{N}{A} \rho d \left(\frac{q_1 q_2}{4T}\right)^2 \left(\csc^2\frac{\vartheta_1}{2} - \csc^2\frac{\vartheta_2}{2}\right) = 2{,}0 \cdot 10^7$.

5.6. $\Delta\sigma = 4\pi \left(\frac{q_1 q_2}{4T}\right)^2 \left(\csc^2\frac{\vartheta_1}{2} - \csc^2\frac{\vartheta_2}{2}\right) = 7{,}3 \cdot 10^{-22}$ *см*^{2}.

5.7. а) 1,6 *Мэв*; б) $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta\sigma}{12\pi \sin^4\frac{\vartheta}{2}} = 2{,}4 \cdot 10^{-22}$ *см*^{2}/*стер*.

5.8. Полная энергия электрона в атоме водорода $E = -e^2/2r$. Убыль этой энергии за время dt равна

$$-dE = \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{r}^2\, dt \quad \text{или} \quad r^2\, dr = -\frac{4e^4}{3m^2c^3}\, dt.$$

Интегрирование последнего уравнения дает

$$\tau = \frac{m^2c^3r^3}{4e^4} \sim 10^{-11} \text{ сек.}$$

5.9.

	r_1, Å	v, 10^8 *см/сек*	$T_{кин}$, *эв*	$E_{св}$, *эв*	U_i, *в*	U_1, *в*	λ, Å
H	0,529	2,18	13,6	13,6	13,6	10,2	1215
He^+	0,265	4,36	54,5	54,5	54,5	40,8	304

5.10. По определению $\mu = iS/c$, где i — сила тока, обусловленная движением электрона на орбите, S — площадь внутри орбиты. Отсюда

$$\mu_n = \frac{e\hbar}{2mc} n; \quad \frac{\mu_n}{M_n} = \frac{e}{2mc}; \quad \mu_1 = 0{,}927 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/гс.}$$

5.11. а) 657, 487 и 434 *ммк*; б) $\frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx 1{,}5 \cdot 10^3$.

5.12. $n = 5$.

5.13. Используя законы сохранения энергии и импульса, получим:

$$v = \frac{3\pi\hbar R}{2M} = 3{,}25 \text{ м/сек}, \quad \text{где } M \text{ — масса атома.}$$

5.14. $v = \sqrt{\frac{8\pi\hbar c R}{m}} = 3{,}1 \cdot 10^6$ *м/сек*, где m — масса электрона.

5.15. Здесь следует использовать два уравнения — уравнение движения и боровское условие квантования момента количества движения:

$$\mu\omega^2 a = \frac{e^2}{a^2} \quad \text{и} \quad \mu a^2\omega = n\hbar,$$

где μ — приведенная масса системы, ω — угловая скорость, a — расстояние между электроном и ядром. Из этих уравнений находим возможные значения a (a_n), затем выражения для кинетической, потенциальной и полной энергии системы. В результате

$$E_{\text{св}} = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \quad \text{и} \quad R = \frac{\mu e^4}{4\pi c\hbar^3}.$$

Без учета движения ядра эти величины для атома водорода будут больше на $\frac{m}{M}100\% \approx 0{,}055\%$, где m и M — массы электрона и протона.

5.16. $E_D - E_H = 3{,}7 \cdot 10^{-3}$ *эв*; $\lambda_H - \lambda_D = 0{,}33$ Å.

5.17. а) $2{,}85 \cdot 10^{-11}$ *см*; 2,53 *кэв*; 6,54 Å.

б) $1{,}06 \cdot 10^{-8}$ *см*; 6,8 *эв*; 243 *ммк*.

5.18. Соответственно 1,23; $2{,}86 \cdot 10^{-2}$ и $1{,}86 \cdot 10^{-3}$ Å.

5.19. 0,45 *кэв*.

5.20. Для обеих частиц $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_nT}}\left(1 + \frac{m_n}{m_d}\right) = 0{,}086$ Å, где m_n и m_d — массы нейтрона и дейтона.

5.21. Найдем сначала функцию распределения молекул по дебройлевским длинам волн. Из соотношения $f(v)\,dv = -\varphi(\lambda)\,d\lambda$, где $f(v)$ — максвелловская функция распределения по скоростям, получим:

$$\varphi(\lambda) = A\lambda^{-5}e^{-a/\lambda^2}, \quad a = \frac{2\pi^2\hbar^2}{mkT}.$$

Условие $\frac{d\varphi(\lambda)}{d\lambda} = 0$ дает $\lambda_{\text{вер}} = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{mkT}} = 0{,}9 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.22. $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mT}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{T}{2mc^2}}}$;

$$T \leqslant 4mc^2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \begin{cases} 20{,}4 \text{ кэв (электрон)}, \\ 37{,}5 \text{ Мэв (протон)}. \end{cases}$$

5.23. $v = \frac{4\pi\hbar l}{mb\,\Delta x} = 9 \cdot 10^5$ *м/сек*.

5.24. $\Delta x = \frac{2\pi\hbar l}{d\sqrt{2meV}} = 4{,}9$ *мк.*

5.25. $d = \frac{\pi\hbar k}{\sqrt{2mT}\cos\frac{\vartheta}{2}} = 2{,}1$ Å, где k — порядок отражения.

5.26. $d = \frac{\pi\hbar k}{\sqrt{2mT}\sin\vartheta} = 2{,}3$ Å, где угол ϑ находим из формулы $\operatorname{tg} 2\vartheta = D/2l$.

5.27. Соответственно $1\cdot 10^4$, $1\cdot 10$ и $1\cdot 10^{-20}$ *см/сек.*

5.28. $T_{\min} \sim \frac{2\hbar^2}{ml^2} \approx 15$ *эв.* Здесь учтено, что $p \sim \Delta p$ и $\Delta x = \frac{l}{2}$.

5.29. Имея в виду, что $p \sim \Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x} \sim \frac{\hbar}{x}$, получим:

$$E = T + U \approx \frac{\hbar^2}{2mx^2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Из условия $\frac{dE}{dx} = 0$ находим x_0 и затем $E_{\min}$.

$$E_{\min} \approx \hbar\sqrt{k/m} = \hbar\omega,$$

где ω — круговая частота осциллятора. Точный расчет дает $\hbar\omega/2$.

5.30. Имея в виду, что $p \sim \Delta p \sim \hbar/\Delta r$ и $\Delta r \sim r$, получим:

$$E \approx \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \approx \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}.$$

Из условия $\frac{dE}{dr} = 0$ находим:

$$r_{\text{эфф}} \approx \frac{\hbar^2}{me^2} = 0{,}53 \text{ Å} \quad \text{и} \quad E_{\min} \approx -\frac{me^4}{2\hbar^2} = -13{,}6 \text{ эв}.$$

5.31. Ширина изображения

$$\Delta \approx \delta + \Delta' \approx \delta + \frac{2\hbar l}{p\delta},$$

где Δ' — дополнительное уширение, связанное с неопределенностью импульса Δp_y (при прохождении через щель), p — импульс падающих атомов водорода. Функция $\Delta(\delta)$ имеет минимум при

$$\delta \approx \sqrt{\frac{2\hbar l}{mv}} = 10^{-3} \text{ см}.$$

5.32. $w = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} = 0{,}61$.

5.33. а) В этом случае уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + k^2\psi = 0, \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E.$$

Возьмем начало координат в одном из углов ящика. На сторонах ящика $\psi(x, y)$ должна обращаться по условию в нуль, поэтому $\psi(x, y)$ внутри ящика удобно искать сразу в виде произведения синусов:

$$\psi(x, y) = a \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y,$$

так как на двух сторонах ($x = 0$ и $y = 0$) автоматически $\psi(x, 0) = 0$ и $\psi(0, y) = 0$.

Возможные значения k_1 и k_2 найдем из условия обращения $\psi(x, y)$ в нуль на противоположных сторонах ящика:

$$\psi(l_1, y) = 0, \qquad k_1 = \pm\frac{\pi}{l_1} n_1, \qquad n_1 = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\psi(x, l_2) = 0, \qquad k_2 = \pm\frac{\pi}{l_2} n_2, \qquad n_2 = 1, 2, 3, \ldots$$

Подстановка волновой функции в уравнение Шредингера приводит к соотношению $k_1^2 + k_2^2 = k^2$, откуда

$$E_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2}\right).$$

б) 9,86; 24,7; 39,5 и 49,4 единиц $\frac{\hbar^2}{ml^2}$.

5.34. а) Напишем уравнение Шредингера для двух областей:

$$0 < x < l, \qquad \psi_1'' + k^2\psi_1 = 0, \qquad k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2},$$

$$x > l, \qquad \psi_2'' - \varkappa^2\psi_2 = 0, \qquad \varkappa^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}.$$

Их общие решения

$$\psi_1(x) = a \sin(kx + \alpha), \qquad \psi_2(x) = be^{-\varkappa x} + ce^{\varkappa x}$$

должны удовлетворять стандартным и граничным условиям. Из условия $\psi_1(0) = 0$ следует, что $\alpha = 0$. Из конечности волновой функции следует, что $c = 0$. И, наконец, из непрерывности $\psi(x)$ и ее производной в точке $x = l$ получим:

$$\operatorname{tg} kl = -\frac{k}{\varkappa}, \qquad \text{откуда} \qquad \sin kl = \pm\sqrt{\frac{\hbar^2}{2ml^2U_0}}\, kl.$$

Изобразив графически левую и правую части последнего уравнения (рис. 100), найдем точки пересечения прямых с синусоидой. При этом корни данного уравнения, отвечающие собственным значениям энергии E, будут соответствовать тем точкам пересечения $(kl)_i$, для которых $\operatorname{tg}(kl)_i < 0$, т. е. корни

этого уравнения будут находиться в четных четвертях окружности (эти участки оси абсцисс выделены на рисунке жирными отрезками). Из графика видно, что корни уравнения (т. е. связанные состояния частицы) существуют не всегда. Пунктиром показано предельное положение прямой.

б) $(l^2U_0)^{(1)}_{\min}=\frac{\pi^2\hbar^2}{8m}$; $(l^2U_0)^{(n)}_{\min}=(2n-1)^2\frac{\pi^2\hbar^2}{8m}$.

в) Пусть w_a и w_i — вероятности пребывания частицы соответственно вне и внутри ямы. Тогда

$$\frac{w_a}{w_i}=\frac{\int\limits_l^\infty \psi_2^2(x)\,dx}{\int\limits_0^l \psi_1^2(x)\,dx}=\frac{\int\limits_l^\infty b^2e^{-2\varkappa x}\,dx}{\int\limits_0^l a^2\sin^2 kx\,dx}=\frac{2}{2+3\pi},$$

где отношение b/a определено из условия $\psi_1(l)=\psi_2(l)$. Так как $w_a+w_i=1$, то $w_a=\frac{2}{4+3\pi}=0{,}149$.

Возможность нахождения частицы в области, где ее энергия $E<U$, представляет собой чисто квантовый эффект. Он является следствием волновых свойств частицы, исключающих

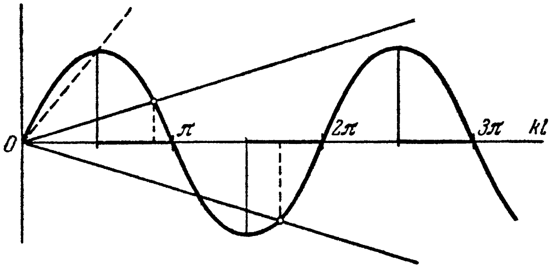

Рис. 100.

одновременно точные значения координаты и импульса, а следовательно, и точное разделение полной энергии частицы на потенциальную и кинетическую. Последнее можно сделать только в пределах точности, даваемой соотношением неопределенности.

5.35. В результате указанной подстановки получим уравнение для функции $\chi(r)$:

$$\chi''+k^2\chi=0,\quad k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}.$$

Решение этого уравнения ищем в виде $\chi(r) = a\sin(kr + \alpha)$. Из требования конечности волновой функции $\psi(r)$ в точке $r = 0$ следует, что $\alpha = 0$. Таким образом,

$$\psi(r) = a\frac{\sin kr}{r}.$$

Из граничного условия $\psi(r_0) = 0$ получим $kr_0 = n\pi$, $n = 1$, 2, ..., откуда

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mr_0^2}n^2.$$

5.36. $E = -\frac{me^4}{8\hbar^2}$, т. е. уровень с главным квантовым числом $n=2$.

5.37. а) Вероятность нахождения электрона на расстоянии r, $r+dr$ от ядра равна

$$w(r)\,dr = 4\pi A^2 e^{-2r/r_1} r^2\,dr.$$

Из условия $\frac{dw}{dr} = 0$ получим $r_{\text{вер}} = r_1$ — первый боровский радиус.

б) $\overline{f} = \frac{2e^2}{r_1^2}$.

в) $\overline{U} = -\frac{e^2}{r_1}$.

г) $\varphi_0 = \int\limits_0^\infty \frac{\rho(r)}{r}4\pi r^2\,dr = \frac{e}{r_1}$, где $\rho(r) = e\psi^2(r)$ — объемная плотность заряда.

5.38. а) Запишем решения уравнения Шредингера слева и справа от границы барьера в следующем виде:

$$x < 0, \quad \psi_1(x) = a_1e^{ik_1x} + b_1e^{-ik_1x}, \quad k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE};$$

$$x > 0, \quad \psi_2(x) = a_2e^{ik_2x} + b_2e^{-ik_2x}, \quad k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - U_0)}.$$

Будем считать, что падающая волна характеризуется амплитудой a_1, а отраженная — амплитудой b_1. Так как в области $x > 0$ имеется только проходящая волна, то $b_2 = 0$.

Коэффициент отражения R представляет собой отношение интенсивности отраженного потока частиц к интенсивности падающего потока, или, другими словами, отношение квадратов амплитуд отраженной и падающей волн.

Из условия непрерывности ψ и ψ' в точке $x = 0$ имеем

$$a_1 + b_1 = a_2 \quad \text{и} \quad a_1 - b_1 = \frac{k_2}{k_1}a_2,$$

откуда

$$R = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2.$$

б) В случае $E < U_0$ решение уравнения Шредингера (справа от барьера) имеет вид

$$\psi_2(x) = a_2 e^{\varkappa x} + b_2 e^{-\varkappa x}, \quad \varkappa = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}.$$

Из требования конечности $\psi(x)$ следует, что $a_2 = 0$. Плотность вероятности нахождения частицы под барьером равна

$$w_2(x) = \psi_2 \psi_2^* \sim e^{-2\varkappa x}.$$

Отсюда

$$x_{\text{эфф}} = \frac{1}{2\varkappa}.$$

5.39. Ридберговская поправка составляет $-0{,}41$ для S-терма и $-0{,}04$ для P-терма.

5.40. 0,82 и 0,68 *мк* соответственно для переходов $3S \to 2P$ и $2P \to 2S$.

5.41. $\Delta E = 2\pi\hbar c \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ *эв*.

5.42. $3S_{1/2}$, $3P_{1/2}$, $3P_{3/2}$, $3D_{3/2}$ и $3D_{5/2}$.

5.43. Для состояния ^4P: $\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$, $\frac{\sqrt{15}}{2}\hbar$ и $\frac{\sqrt{35}}{2}\hbar$; для состояния ^5D: 0, $\sqrt{2}\,\hbar$, $\sqrt{6}\,\hbar$, $\sqrt{12}\,\hbar$ и $\sqrt{20}\,\hbar$.

5.44. В F-состоянии $p_S = \sqrt{6}\,\hbar$; для D-состояния задача неопределенная, можно лишь установить, что $p_S \geqslant \sqrt{6}\,\hbar$.

5.45. 31°15′.

5.46. $^1P_1$, $^1D_2$, $^1F_3$, $^3P_{0,1,2}$, $^3D_{1,2,3}$ и $^3F_{2,3,4}$.

5.47. As.

5.48. $g = 4 + 6 = 10$.

5.49. $\frac{N}{N_0} = \frac{g}{g_0} e^{-\hbar\omega/kT} = 1{,}14 \cdot 10^{-4}$, где g и g_0 — статистические веса (кратности вырождения) уровней $3P$ и $3S$ соответственно ($g = 4 + 2 = 6$, $g_0 = 2$).

5.50. $\tau = \frac{n\hbar\omega}{P}\frac{g'}{g} e^{-\hbar\omega/kT} = 6{,}5 \cdot 10^{-8}$ *сек*, где g' и g — статистические веса (кратности вырождения) резонансного и основного уровней.

5.51. $\tau = \frac{l}{v \ln \eta} = 1{,}3 \cdot 10^{-6}$ *сек*.

5.52. а) 8,45 Å для Al и 1,80 Å для Co; б) приблизительно 5 *кэв*.

5.53. 15 *кв*.

5.54. $Z = 1 + \sqrt{\dfrac{2(n-1)}{3\pi\hbar c R\left(\dfrac{n}{eU_1} - \dfrac{1}{eU_2}\right)}} = 29.$

5.55. $T = 2\pi\hbar c\left[\dfrac{3}{4}R(Z-1)^2 - \dfrac{1}{\lambda_K}\right] = 1{,}45$ *кэв*; $v = 2{,}26\cdot 10^7$ *м/сек*.

5.56. а) $\sqrt{12}\,\mu_Б$; б) $\dfrac{2}{5}\sqrt{15}\,\mu_Б$; в) $\dfrac{4}{3}\sqrt{12}\,\mu_Б$.

5.57. $p_s = 2\sqrt{3}\,\hbar$.

5.58. $p = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\hbar$.

5.59. $\dfrac{\partial H}{\partial z} = \dfrac{2T\delta}{gJ\mu_Б l_1(l_1 + 2l_2)} = 15$ *кэ/см*, где g — фактор Ланде, J — внутреннее квантовое число.

5.60. а) $5{,}8\cdot 10^{-5}$ *эв*; б) $\Delta E = 2gJ\mu_Б H = 14{,}5\cdot 10^{-5}$ *эв*, где g—фактор Ланде, J — внутреннее квантовое число.

5.61. $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda^2 eH}{2\pi mc^2} = 0{,}35$ Å.

5.62. 4,0 *кэ*.

5.63. $\Delta\omega = (\pm 1{,}3;\ \pm 4{,}0;\ \pm 6{,}6)\cdot 10^{10}$ *рад/сек* (шесть компонент).

5.64. $\Delta\omega = (m_1 g_1 - m_2 g_2)_{\max}\dfrac{eH}{mc} = 1{,}0\cdot 10^{11}$ *рад/сек*.

5.65. 2 и 3.

5.66. $I = \dfrac{\hbar}{\Delta\omega} = 1{,}93\cdot 10^{-40}$ *г*·*см*^{2}; $d = 1{,}12$ Å.

5.67. 13 уровней.

5.68. $\dfrac{N_{кол}}{N_{вр}} = \dfrac{1}{3}e^{-\frac{\hbar(\omega - 2B)}{kT}} = 3{,}0\cdot 10^{-4}$, где $B = \dfrac{\hbar}{2I}$, I — момент инерции молекулы.

5.69. а) По определению среднего

$$\bar\varepsilon = \frac{\sum\limits_{v=0}^{\infty}\varepsilon_v e^{-\varepsilon_v/kT}}{\sum\limits_{v=0}^{\infty} e^{-\varepsilon_v/kT}} = \frac{\sum \varepsilon_v e^{-\alpha\varepsilon_v}}{\sum e^{-\alpha\varepsilon_v}},\quad \varepsilon_v = \hbar\omega\left(v + \frac{1}{2}\right),\quad \alpha = \frac{1}{kT}.$$

Это выражение вычисляют так:

$$\bar\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln\left(\sum e^{-\alpha\varepsilon_v}\right) = -\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln\left(\frac{e^{-\alpha\hbar\omega/2}}{1 - e^{-\alpha\hbar\omega}}\right) = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

б) $C_{V\text{кол}} = N \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial T} = \frac{R\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2 e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT}-1)^2} = 0{,}56R$, где R — универсальная газовая постоянная.

5.70. $\omega = \pi c\left(\frac{1}{\lambda_{\text{ф}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{к}}}\right) = 1{,}37 \cdot 10^{14}$ *рад/сек*; $\varkappa = 4{,}96 \cdot 10^5$ *дин/см*.

5.71. $\frac{I_{\text{фиол}}}{I_{\text{кр}}} = e^{-\hbar\omega_0/kT} = 0{,}067$. Увеличится в 3,86 раза.

5.72. $dN_\omega = \frac{l}{\pi v}\, d\omega$.

5.73. $dN_\omega = \frac{S}{2\pi v^2}\, \omega\, d\omega$.

5.74. $dN_\omega = \frac{V}{\pi^2 v^3}\, \omega^2\, d\omega$.

5.75. а) $\theta = \frac{3\pi\hbar}{k} n_0 v$; б) $\theta = \frac{\hbar}{k}\sqrt{6\pi n_0 v^2}$; в) $\theta = \frac{\hbar}{k}\sqrt[3]{6\pi^2 n_0 v^3}$.

5.76. $\theta = \frac{\hbar}{k}\sqrt[3]{\frac{18\pi^2 n_0}{v_\parallel^{-3} + 2v_\perp^{-3}}} = 470°$ K, где n_0—число атомов в единице объема.

5.77. Колебательная энергия моля «кристалла»

$$U = 3R\theta\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\theta}\right)^2 \int_0^{\theta/T} \frac{x\,dx}{e^x - 1}\right].$$

Отсюда молярная теплоемкость

$$C = 3R\left[2\frac{T}{\theta}\int_0^{\theta/T}\frac{x\,dx}{e^x-1} - \frac{\theta/T}{e^{\theta/T}-1}\right].$$

При $T \gg \theta$ $C = 3R$.

5.79. Да, так как при этих температурах, как легко проверить, теплоемкость пропорциональна T^3.

5.80. $\hbar\omega_{\max} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ *эв*; $\hbar k_{\max} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-19}$ *г · см/сек*.

5.81. а) Обозначим искомую вероятность через w. Тогда вероятность того, что ядро, не распавшееся за промежуток времени от 0 до t, распадается в последующий интервал времени dt, равна $dw = (1 - w)\,\lambda\, dt$. Проинтегрировав это выражение получим:

$$w = 1 - e^{-\lambda t}.$$

б) $\tau = \int\limits_{t=0}^{\infty} t\,dw = \frac{1}{\lambda}$,

где dw — вероятность того, что ядро распадается в промежутке времени от t до $t+dt$; $dw = e^{-\lambda t}\lambda\,dt$.

5.82. $\frac{\Delta N}{N_0} \approx 0{,}81$.

5.83. 5,3 дня.

5.84. $4{,}10 \cdot 10^3$ лет.

5.85. Соответственно $8{,}7 \cdot 10^6$ и $2{,}1 \cdot 10^{-6}$ *кюри/г*.

5.86. 0,19%.

5.87. $t = -\frac{T}{\ln 2}\ln\left(1 - \frac{A}{q}\right) = 9{,}5$ дней.

5.88. а) $N_2(t) = N_{10}\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$; б) $t_m = \frac{\ln(\lambda_1/\lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2}$.

5.89. $N_3(t) = N_{10}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{1 - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2}\right)$.

5.90. Pb^{206}.

5.91. $v_я = \frac{\sqrt{2m_\alpha T_\alpha}}{m_я} = 3{,}4 \cdot 10^5$ *м/сек*; $\frac{T_я}{Q} = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_я} = 0{,}020$.

5.92. $1{,}6 \cdot 10^3$ *кдж*.

5.93. 0,81 *Мэв*.

5.94. 0,56 *Мэв* и 47,5 *эв*.

5.95. Соответственно 0,32 и 0,65 *Мэв*.

5.96. $3{,}95 \cdot 10^4$ *м/сек*.

5.97. $0{,}45\,c$; c — скорость света.

5.98. $T_{Li} = \frac{4m_\alpha m_{Li}\cos^2\theta}{(m_{Li} - m_\alpha)^2 + 4m_\alpha m_{Li}\cos^2\theta}T_\alpha = 6{,}0$ *Мэв*.

5.99. а) $\eta = \frac{4mM}{(m+M)^2} = 0{,}89$;

б) $\eta = \frac{2mM}{(m+M)^2}\left[1 + \frac{m}{M}\sin^2\vartheta - \cos\vartheta\sqrt{1 - \left(\frac{m}{M}\right)^2\sin^2\vartheta}\right] = 0{,}26$.

Здесь m и M — массы соответственно нейтрона и дейтона.

5.100. Из законов сохранения энергии и импульса получим

$$\cos\vartheta = \frac{T(m_2 - m_1) + T'(m_1 + m_2)}{2m_2\sqrt{TT'}},$$

где m_1 и m_2 — массы протона и дейтона соответственно, T и T' — кинетическая энергия нейтрона до и после соударения.

Из условия $\frac{d}{dT'}(\cos\vartheta)=0$ получим $T'=\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}T$. После подстановки в выражение для косинуса найдем:

$$\sin\vartheta_{max}=\frac{m_1}{m_2};\quad \vartheta_{max}=30^\circ.$$

5.101. а) 7,98 *Мэв*; б) 11,5 и 8,7 *Мэв*; в) 14,4 *Мэв*.

5.102. $E=20\varepsilon_{Ne}-2\cdot4\varepsilon_\alpha-12\varepsilon_C=11{,}8$ *Мэв*, где ε — энергия связи на один нуклон.

5.103. а) $8{,}2\cdot10^{10}$ *кдж*; $2{,}8\cdot10^6$ *кг*; б) 1,5 *кг*.

5.104. 2,75 *Мэв* на один нуклон; при делении —0,85 *Мэв* на нуклон.

5.105. $Q=8\varepsilon_\alpha-7\varepsilon_{Li}=17{,}3$ *Мэв*.

5.106. $$Q=\left(1-\frac{m_p}{m_O}\right)T_p-\left(1-\frac{m_\alpha}{m_O}\right)T_\alpha-$$
$$-2\cos\vartheta\sqrt{\frac{m_pm_\alpha}{m_O^2}T_pT_\alpha}=-1{,}2\ \text{Мэв}.$$

5.107. а) —1,65 *Мэв*; б) 6,82 *Мэв*; в) —2,79 *Мэв*; г) 3,11 *Мэв*.

5.108. $v_\alpha=9{,}2\cdot10^6$ *м/сек*; $v_{Li}=5{,}3\cdot10^6$ *м/сек*.

5.109. $$T_n=\frac{Q+\left(1-\frac{m_\alpha}{m_C}\right)T_\alpha}{1+\frac{m_n}{m_C}}=8{,}5\ \text{Мэв}.$$

5.110. $$T_{\alpha пор}=\frac{m_\alpha+m_{Li}}{m_{Li}}|Q|=4{,}4\ \text{Мэв};\quad v_B=\sqrt{\frac{2(|Q|-T_{\alpha пор})}{m_n+m_B}}=$$
$$=5{,}3\cdot10^6\ \text{м/сек}.$$

5.111.
$$T_\alpha=\frac{m_{Be}\left(T_n-\frac{m_C}{m_n+m_C}T_{пор}\right)-m_nT_n}{m_\alpha+m_{Be}}=2{,}2\ \text{Мэв}.$$

5.112. Из законов сохранения энергии и импульса получим выражение для энергии возбуждения (энергетических уровней) промежуточного ядра:

$$E_i=E_{св}+\frac{m_C}{m_d+m_C}T_i=16{,}7;\ 16{,}9;\ 17{,}5\ \text{и}\ 17{,}7\ \text{Мэв}.$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи дейтона в промежуточном ядре.

5.113. $\sigma=\frac{A\ln\eta}{N\rho d}=2{,}5\cdot10^3$ *барн*, где A—масса грамм-атома, N — число Авогадро, ρ — плотность.

5.114. $\frac{I_0}{I} = e^{(2\sigma_1+\sigma_2)N\rho d/\mu} = 20$, где N — число Авогадро, μ — масса моля, ρ — плотность тяжелой воды.

5.115. $w = \frac{\sigma_s}{\sigma_s + \sigma_a}\left(1 - e^{-(\sigma_s+\sigma_a)nd}\right) = 0{,}35$,
где $n = N\rho/A$, N — число Авогадро, A — масса грамм-атома, ρ — плотность.

5.116. $T_n = \frac{(m_\Sigma - m_n)^2 - m_\pi^2}{2m_\Sigma} = 19{,}5$ *Мэв*.

5.117. $E_\nu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(m_\pi + T_\pi)} = 22$ *Мэв*.

5.118. $m = \sqrt{m_\Sigma^2 + m_\pi^2 - 2(m_\Sigma + T_\Sigma)(m_\pi + T_\pi)} = 9{,}4 \cdot 10^2$ *Мэв* (нейтрон).

5.119. $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2mc^2}{T}}}$. Отсюда $\theta = 130°$.

5.120. Законы сохранения полной энергии и импульса при пороговом значении энергии γ-кванта:

$$E_{\gamma пор} + m_p = \sqrt{(2m_\pi + m_p)^2 + p^2};\quad p_\gamma = p,$$

где p — суммарный импульс всех частиц (π^--, π^+-мезонов и протона). Отсюда

$$E_{\gamma пор} = 2m_\pi\left(1 + \frac{m_\pi}{m_p}\right) = 320 \text{ Мэв}.$$

5.121. Запишем законы сохранения полной энергии и импульса при пороговом значении энергии π-мезона:

$$E_\pi + m_p = E_{K\Sigma};\quad p_\pi = p_{K\Sigma},$$

где $E_{K\Sigma}$ и $p_{K\Sigma}$ — полная энергия и импульс системы образовавшихся частиц. Возведя второе соотношение в квадрат и имея в виду, что $p^2 = E^2 - m^2$, получим в результате совместного решения обоих уравнений:

$$T_{\pi пор} = E_\pi - m_\pi = \frac{(m_K + m_\Sigma)^2 - (m_\pi + m_p)^2}{2m_p} = 905 \text{ Мэв}.$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Некоторые астрономические величины

Небесное тело	Масса, *кг*	Средний радиус, *м*	Среднее расстояние между телами, *м*
Солнце . . .	$1{,}97 \cdot 10^{30}$	$6{,}95 \cdot 10^{8}$	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ (Солнце — Земля)
Земля	$5{,}96 \cdot 10^{24}$	$6{,}37 \cdot 10^{6}$	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ (Земля — Луна)
Луна	$7{,}3 \cdot 10^{22}$	$1{,}74 \cdot 10^{6}$	

II. Плотности некоторых веществ

Газы и жидкости	ρ, *г/см*³	Твердые вещества	ρ, *г/см*³
Азот	$1{,}25 \cdot 10^{-3}$	Алюминий	2,7
Аммиак	$0{,}77 \cdot 10^{-3}$	Вольфрам	19,1
Водород	$0{,}09 \cdot 10^{-3}$	Графит	1,6
Воздух	$1{,}293 \cdot 10^{-3}$	Железо (сталь) . .	7,8
Кислород	$1{,}43 \cdot 10^{-3}$	Золото	19,3
Метан	$0{,}72 \cdot 10^{-3}$	Кадмий	8,65
Углекислый газ .	$1{,}98 \cdot 10^{-3}$	Кобальт	8,9
Хлор	$3{,}21 \cdot 10^{-3}$	Лед	0,916
Бензол	0,88	Медь	8,9
Глицерин	1,26	Молибден	10,2
Керосин	0,8	Никель	8,9
Ртуть	13,6	Олово	7,4
Спирт	0,79	Платина	21,5
Тяжелая вода .	1,1	Свинец	11,3
Эфир	0,72	Серебро	10,5
		Уран	19,0
		Цинк	7,0

III. Некоторые постоянные газов

(при нормальных условиях)

Газ	$\gamma = \frac{c_p}{c_V}$	Теплопроводность $\varkappa \cdot 10^2$, $\frac{вт}{м \cdot град}$	Вязкость $\eta \cdot 10^6$, $\frac{кг}{м \cdot сек}$	Диаметр молекулы d, Å	Постоянные Ван-дер-Ваальса a, $\frac{атм \cdot л^2}{моль^2}$	Постоянные Ван-дер-Ваальса $b \cdot 10^2$, $\frac{л}{моль}$
He	1,63	14,15	1,89	2,0	—	—
Ar	1,67	1,62	2,21	3,5	1,30	3,2
H_2	1,41	16,84	0,84	2,7	0,24	2,7
N_2	1,40	2,43	1,67	3,7	1,35	3,9
O_2	1,40	2,44	1,92	3,5	1,35	3,2
CO_2	1,30	2,32	1,40	4,0	3,62	4,3
H_2O	1,32	1,58	0,90	3,0	5,47	3,0
Воздух	1,40	2,41	1,72	3,5	—	—

Примечание. В этой таблице приведены *средние* значения диаметров молекул. При более точных расчетах следует иметь в виду, что значения d, полученные из коэффициентов вязкости, теплопроводности и диффузии и постоянной b Ван-дер-Ваальса, заметно отличаются друг от друга.

IV. Некоторые постоянные жидкостей и твердых тел

Вещество	Теплоемкость c, $\frac{дж}{г \cdot град}$	Теплота парообразования λ, $дж/г$	Теплота плавления r, $дж/г$	Поверхностное натяжение $\alpha \cdot 10^2$ $н/м$
Вода	4,18	2250	—	7,3
Глицерин . .	2,42	—	—	6,6
Ртуть	0,14	284	—	49,0
Спирт	2,42	853	—	2,2
Алюминий . .	0,90	—	321	—
Лед	2,09	—	333	—
Медь	0,39	—	175	—
Серебро . . .	0,23	—	88	—

V. Соотношения между единицами измерения некоторых величин в СИ и в гауссовой системе

Электрическая и магнитная постоянные в системе СИ:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\ ф/м;\quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ гн/м.$$

Величина	Обозначение	Соотношение между единицами
Сила	f	$1\ н = 10^5\ дин$
Энергия	W	$1\ дж = 10^7\ эрг$
Заряд	q	$1\ к = 3 \cdot 10^9$ СГСЭ
Потенциал	φ	$1\ в = \frac{1}{300}$ СГСЭ
Напряженность электрического поля	E	$1\ в/м = \frac{1}{3 \cdot 10^4}$ СГСЭ
Электрическое смещение . .	D	$1\ к/м^2 = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^5$ СГСЭ
Электроемкость	C	$1\ ф = 9 \cdot 10^{11}\ см$
Сила тока	i	$1\ а = 3 \cdot 10^9$ СГСЭ
Сопротивление	R	$1\ ом = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ СГСЭ
Магнитная индукция	B	$1\ тл = 10^4\ гс$
Магнитный поток	Φ	$1\ вб = 10^8\ мкс$
Напряженность магнитного поля	H	$1\ а/м = 4\pi \cdot 10^{-3}\ э$
Индуктивность	L	$1\ гн = 10^9\ см$

VI. Некоторые внесистемные единицы

$1\ \text{Å} = 10^{-8}\ см$	$1\ атм = 1{,}014 \cdot 10^5\ н/м^2$
$1\ ферми = 10^{-13}\ см$	$1\ мм$ рт. ст. $= 1{,}333 \cdot 10^2\ н/м^2$
$1\ барн = 10^{-24}\ см^2$	$1\ кГ = 9{,}81\ н$
$1\ эв = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ эрг$	$1\ кал = 4{,}18\ дж$
	$1\ кюри = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ распад/сек$

VII. Диэлектрические постоянные

(относительные)

Диэлектрик	ε	Диэлектрик	ε
Вода	81	Слюда	7,5
Воздух	1,00058	Спирт	26
Керосин	2,0	Стекло	6,0
Парафин	2,0	Фарфор	6,0
Плексиглас	3,5	Эбонит	2,7
Полиэтилен	2,3		

VIII. Показатели преломления

Вещество	n	Вещество	$\lambda = 589$ *ммк*	
			n_o	n_e
Вода	1,33	Кварц	1,544	1,553
Стекло	1,50	Исландский шпат	1,659	1,486

Примечание. Как известно, показатели преломления зависят от природы вещества и длины волны света, поэтому приведенные в этой таблице значения n для воды и стекла следует рассматривать как условные.

IX. Работа выхода электрона из металлов

Металл	Работа выхода A, *эв*	Металл	Работа выхода A, *эв*
Алюминий . . .	3,74	Медь	4,47
Висмут	4,62	Молибден	4,27
Вольфрам . . .	4,50	Натрий	2,27
Железо	4,36	Никель	4,84
Золото	4,58	Платина	5,29
Калий	2,15	Серебро	4,28
Кобальт	4,25	Цезий	1,89
Литий	2,39	Цинк	3,74

X. Массы легких атомов

Z	Изотоп	Избыток массы атома $M-A$	Z	Изотоп	Избыток массы атома $M-A$
0	n	0,00867	6	C^{11}	0,01143
1	H^1	0,00783		C^{12}	0
	H^2	0,01410		C^{13}	0,00335
2	He^4	0,00260	7	N^{14}	0,00307
3	Li^6	0,01513		N^{15}	0,00011
	Li^7	0,01601	8	O^{16}	—0,00509
4	Be^7	0,01693		O^{17}	—0,00087
	Be^8	0,00531	9	F^{19}	—0,00160
	Be^9	0,01219	10	Ne^{20}	—0,00756
	Be^{10}	0,01354	11	Na^{23}	—0,01023
5	B^{10}	0,01294		Na^{24}	—0,00903
	B^{11}	0,00930	12	Mg^{24}	—0,01496

Примечание. Здесь M — масса *атома* (в атомных единицах массы, *e*), A — массовое число.

XI. Массы покоя элементарных частиц

Частица	Символ	Масса, *Мэв*	Частица	Символ	Масса, *Мэв*
Фотон	γ	0	Протон	p	938,3
Нейтрино	ν	0	Нейтрон	n	939,6
Электрон	e	0,511	Ламбда-гиперон	Λ	1115,4
Мюон	μ	105,7			
Пи-мезоны	π^0	135,0	Сигма-гипероны	Σ^+	1189,4
	$\pi^{\pm}$	139,6		Σ^0	1192
				Σ^-	1197
K-мезоны	$K^{\pm}$	493,8	Кси-гипероны	Ξ^0	1314
	K^0	498,0		Ξ^-	1321

XII. Основные физические константы

Скорость света	$c = \begin{cases} 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \textit{м/сек} \\ 2{,}998 \cdot 10^{10}\ \textit{см/сек} \end{cases}$
Гравитационная постоянная	$\gamma = \begin{cases} 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \textit{м}^3/\textit{кг} \cdot \textit{сек}^2 \\ 6{,}67 \cdot 10^{-8}\ \textit{см}^3/\textit{г} \cdot \textit{сек}^2 \end{cases}$
Ускорение силы тяжести (стандартное значение)	$g = \begin{cases} 9{,}80665\ \textit{м/сек}^2 \\ 980{,}665\ \textit{см/сек}^2 \end{cases}$
Число Авогадро	$N_A = \begin{cases} 6{,}025 \cdot 10^{26}\ \textit{кмоль}^{-1} \\ 6{,}025 \cdot 10^{23}\ \textit{моль}^{-1} \end{cases}$
Атомная единица массы	$1\text{е} = \begin{cases} 1{,}660 \cdot 10^{-27}\ \textit{кг} \\ 1{,}660 \cdot 10^{-24}\ \textit{г} \\ 931{,}4\ \textit{Мэв} \end{cases}$
Число Лошмидта	$n_0 = \begin{cases} 2{,}69 \cdot 10^{25}\ \textit{м}^{-3} \\ 2{,}69 \cdot 10^{19}\ \textit{см}^{-3} \end{cases}$
Стандартный объем газа	$V_0 = \begin{cases} 22{,}42\ \textit{м}^3/\textit{кмоль} \\ 22{,}42\ \textit{л/моль} \end{cases}$
Универсальная газовая постоянная	$R = \begin{cases} 8{,}314 \cdot 10^{3}\ \textit{дж/град} \cdot \textit{кмоль} \\ 8{,}314 \cdot 10^{7}\ \textit{эрг/град} \cdot \textit{моль} \end{cases}$
Постоянная Больцмана	$k = \begin{cases} 1{,}380 \cdot 10^{-23}\ \textit{дж/град} \\ 1{,}380 \cdot 10^{-16}\ \textit{эрг/град} \\ 0{,}862 \cdot 10^{-4}\ \textit{эв/град} \end{cases}$
Число Фарадея	$F = \begin{cases} 0{,}065 \cdot 10^{8}\ \textit{к/кг-экв} \\ 2{,}90 \cdot 10^{14}\ \text{СГСЭ}/\textit{г-экв} \end{cases}$
Элементарный заряд	$e = \begin{cases} 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \textit{к} \\ 4{,}803 \cdot 10^{-10}\ \text{СГСЭ} \end{cases}$
Масса электрона	$m_e = \begin{cases} 0{,}911 \cdot 10^{-30}\ \textit{кг} \\ 0{,}911 \cdot 10^{-27}\ \textit{г} \end{cases}$
Удельный заряд электрона	$\frac{e}{m_e} = \begin{cases} 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \textit{к/кг} \\ 5{,}27 \cdot 10^{17}\ \text{СГСЭ}/\textit{г} \end{cases}$
Масса протона	$m_p = \begin{cases} 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \textit{кг} \\ 1{,}672 \cdot 10^{-24}\ \textit{г} \end{cases}$

Удельный заряд протона	$\frac{e}{m_p} =$	$0{,}959 \cdot 10^{8}$ *к/кг* $2{,}87 \cdot 10^{14}$ СГСЭ/*г*
Магнетон Бора	$\mu_Б =$	$0{,}927 \cdot 10^{-23}$ *а · м²* $0{,}927 \cdot 10^{-20}$ *эрг/гс*
Ядерный магнетон	$\mu_Я =$	$5{,}05 \cdot 10^{-27}$ *а · м²* $5{,}05 \cdot 10^{-24}$ *эрг/гс*
Классический радиус электрона	$r_0 =$	$2{,}82 \cdot 10^{-15}$ *м* $2{,}82 \cdot 10^{-13}$ *см*
Первый боровский радиус	$r_1 =$	$0{,}529 \cdot 10^{-10}$ *м* $0{,}529 \cdot 10^{-8}$ *см*
Энергия связи электрона в атоме водорода	$E =$	13,59 *эв*
Комптоновская длина волны электрона	$\Lambda_e =$	$2{,}426 \cdot 10^{-12}$ *м* $2{,}426 \cdot 10^{-10}$ *см*
Абсолютный нуль	$0°K = -$	273,15° C
Постоянная Планка	$\hbar =$	$1{,}054 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек* $1{,}054 \cdot 10^{-27}$ *эрг · сек* $0{,}659 \cdot 10^{-15}$ *эв · сек*
Постоянная Стефана — Больцмана	$\sigma =$	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *вт/м² · град⁴* $5{,}67 \cdot 10^{-5}$ *эрг/сек · см²×* *×град⁴*
Постоянная закона смещения Вина	$b =$	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$ *м · град* 0,29 *см · град*
Постоянная Ридберга	$R_\infty =$	$1{,}097373 \cdot 10^{5}$ $см^{-1}$
Постоянная Ридберга, умноженная на $2\pi c$	$2\pi c R_\infty =$	$2{,}07 \cdot 10^{16}$ *рад/сек*
Электрическая постоянная (в СИ)	$\varepsilon_0 =$	$0{,}885 \cdot 10^{-11}$ *ф/м*
Магнитная постоянная (в СИ)	$\mu_0 =$	$1{,}257 \cdot 10/^{6}$ *гн/м*

ПЕРИОДИЧЕСКА

ПЕРИОД	ГРУППЫ ЭЛ				
	I	II	III	IV	V
1	H 1 1,008				
2	Li 3 6,94	Be 4 9,01	B 5 10,81	C 6 12,01	N 14,0
3	Na 11 22,99	Mg 12 24,31	Al 13 26,98	Si 14 28,09	P 1 30,9
4	K 19 39,10	Ca 20 40,08	21 44,96 Sc	22 47,90 Ti	23 50,94 V
	29 63,54 Cu	30 65,37 Zn	Ga 31 69,72	Ge 32 72,59	As 3 74,9
5	Rb 37 85,47	Sr 38 87,62	39 88,91 Y	40 91,22 Zr	41 92,91 Nb
	47 107,9 Ag	48 112,4 Cd	In 49 114,8	Sn 50 118,7	Sb 5 121,
6	Cs 55 132,9	Ba 56 137,3	57 * 138,9 La	72 178,5 Hf	73 181,0 Ta
	79 197,0 Au	80 200,6 Hg	Tl 81 204,4	Pb 82 207,2	Bi 8 209,
7	Fr 87 (223)	Ra 88 (226)	89 ** (227) Ac	Ku 104 (260)	

*ЛАНТАНИДЫ

58 140,1 Ce	59 140,9 Pr	60 144,2 Nd	61 (145) Pm	62 150,4 Sm	63 152,0 Eu	64 157,3 Gd
65 158,9 Tb	66 162,5 Dy	67 164,9 Ho	68 167,3 Er	69 168,9 Tu	70 173,0 Yb	71 175,0 Lu

СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ

ЕНТОВ

VI	VII	VIII			0
					He 2 4,00
O 8 16,00	F 9 19,00				Ne 10 20,18
S 16 32,06	Cl 17 35,45				Ar 18 39,95
24 52,00 Cr	25 54,94 Mn	26 55,85 Fe	27 58,93 Co	28 58,71 Ni	
Se 34 78,96	Br 35 79,91				Kr 36 83,80
42 95,94 Mo	43 (97) Tc	44 101,1 Ru	45 102,9 Rh	46 106,4 Pd	
Te 52 127,6	J 53 126,9				Xe 54 131,3
74 183,9 W	75 186,2 Re	76 190,2 Os	77 192,2 Ir	78 195,1 Pt	
Po 84 (209)	At 85 (210)				Rn 86 222

** АКТИНИДЫ

90 232,0 Th	91 (231) Pa	92 238,0 U	93 (237) Np	94 (244) Pu	95 (243) Am	96 (247) Cm
97 (247) Bk	98 (251) Cf	99 (254) Es	100 (253) Fm	101 (256) Md	102 (256)	103 (257) Lw

Николай Николаевич Взоров,
Ольга Ивановна Замша
Игорь Евгеньевич Иродов,
Игорь Владимирович Савельев

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

М., 1968 г., 208 стр. с илл.

Редакторы: *В. А. Григорова* и *Е. Б. Кузнецова*
Техн. редактор *С. Я. Шкляр*
Корректор *Г. С. Иванова*

Сдано в набор 20/V 1968 г. Подписано к печати 11/XI 1968 г. Бумага 84×108$^1/_{32}$. Физ. печ. л. 6,5. Уловн. печ. л. 10,92, Уч.-изд. л. 10,20. Тираж 100000 экз. Т-14880. Цена книги 29 коп. Заказ № 1314.

Издательство «Наука».
Главная редакция
физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ленинградская типография № 2 имени
Евгении Соколовой Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР,
Измайловский проспект, 29.

29 к.